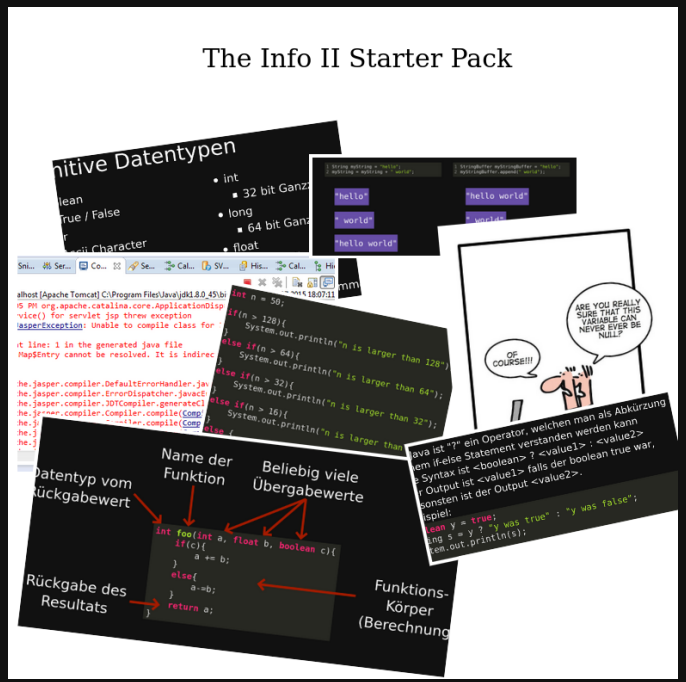
Informatik II PVK

Pascal Schärli

pascscha@student.ethz.ch

ETH zürich

Voraussetzungen



Primitive Datentypen

- boolean
  - True / False
- char
  - Ascii Character
- byte
  - 8 bit Ganzzahl
- short
  - 16 bit Ganzzahl
- int
  - 32 bit Ganzzahl
- long
  - 64 bit Ganzzahl
- float
  - 32 bit Fliesskommazahl
- double
  - 64 bit Fliesskommazahl

Primitive Datentypen

a + b = c

b \ a	boolean	char	byte	short	int	long	float	double
boolean	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
char	✗	*int*	*int*	*int*	*int*	*long*	*float*	*double*
byte	✗	*int*	*int*	*int*	*int*	*long*	*float*	*double*
short	✗	*int*	*int*	*int*	*int*	*long*	*float*	*double*
int	✗	*int*	*int*	*int*	*int*	*long*	*float*	*double*
long	✗	*long*	*long*	*long*	*long*	*long*	*float*	*double*
float	✗	*float*	*float*	*float*	*float*	*float*	*float*	*double*
double	✗	*double*	*double*	*double*	*double*	*double*	*double*	*double*

- Mit Booleans kann nicht gerechnet werden
- Das Resultat ist mindestens ein int
- Das Resultat hat immer den allgemeineren Typ

Increment

- Der Pre- Post Increment Operator erhöht eine Variable um 1.
- Man kann das Increment vor oder nach der Variabel schreiben.

Pre Increment

*Die Variabel wird erhöht und der **neue** Wert wird zurückgegeben*

```
int a = 5;
System.out.println(++a);
```

Output

6

Wert von a

6

Post Increment

*Die Variabel wird erhöht und der **alte** Wert wird zurückgegeben*

```
int a = 5;
System.out.println(a++);
```

Output

5

Wert von a

6

Scopes

```java
int a = 2;

if (x < 7) {
    int a = 8;
    System.out.println(a);
}

System.out.println(a);
```

```
8
2
```

```java
int a = 2;

if (x < 7) {
    a = 8;
    System.out.println(a);
}

System.out.println(a);
```

```
8
8
```

For-Each-Loop

For-Loops können kompakter notiert werden, falls man über alle Elemente einer Liste iterieren will:

```java
public static void printListElements(ArrayList<Integer> list) {
    for (int i = 0; i < list.size(); i++) {
        System.out.println(list.get(i));
    }
}
```

```java
public static void printListElements(ArrayList<Integer> list) {
    for (Integer k : list) {
        System.out.println(k);
    }
}
```

Do-While-Loop

- Alternative zum while-Loop
- Kondition wird erst am Ende geprüft
- Schleifenkörper wird mindestens ein Mal ausgeführt

```
int i = 1;
do{
    System.out.println(i + " ");
    i*=2;
} while(i < 10);
```

```
1 2 4 8
```

Continue

- Das Keyword "continue" bricht die Loop-Iteration ab.
- Die Ausführung vom Schleifenkörper wird abgebrochen und die nächste Iteration wird gestartet.

```
for (int i = 0; i < 10; i++) {
    if (i % 2 != 0)
        continue;
    System.out.print(i + " ");
}
```

```
0 2 4 6 8
```

Break

- Das Keyword "break" bricht den ganzen Loop ab.
- Die Ausführung der ganzen Schleife wird abgebrochen und das Programm geht nach der Schleife weiter.

```
for (int i = 0; i < 10; i++) {
    if (i % 2 != 0)
        break;
    System.out.print(i + " ");
}
```

```
0
```

Ternary Operator

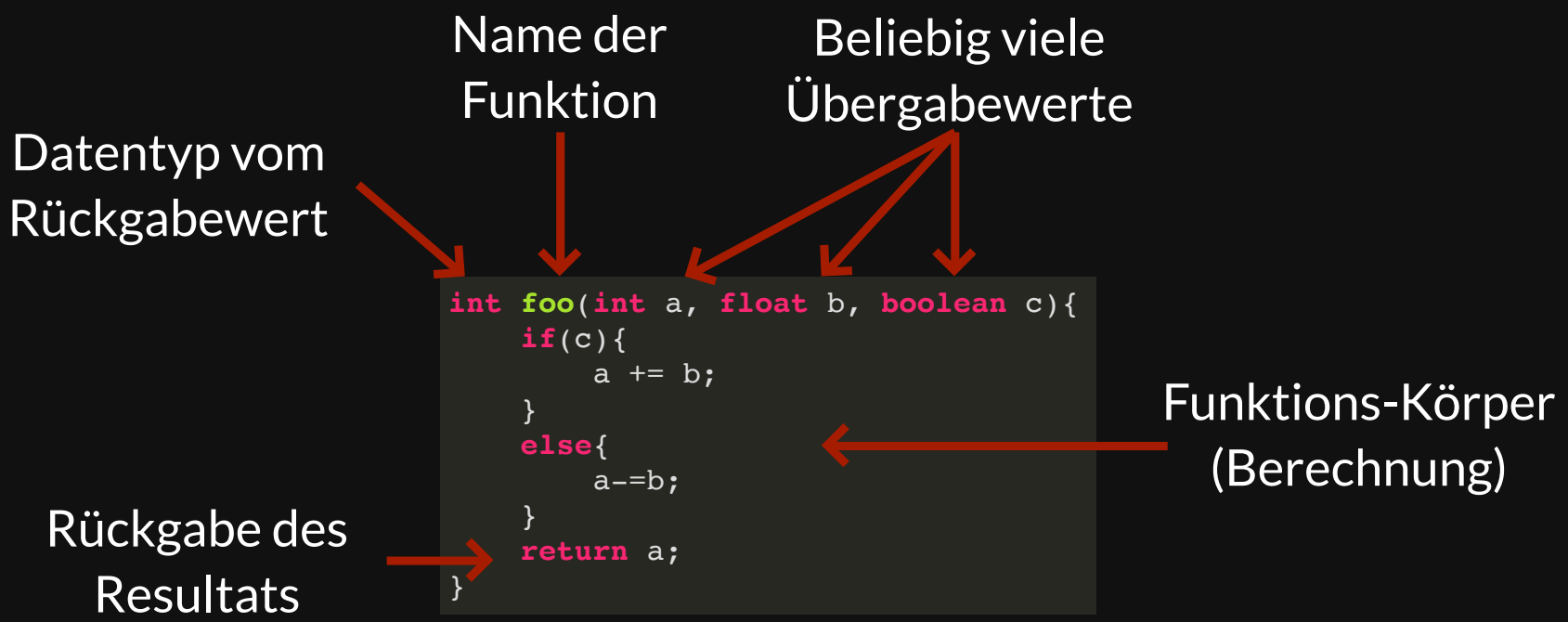
- In Java ist "?" ein Operator, welchen man als Abkürzung von einem if-else Statement verstanden werden kann
- Die Syntax ist <boolean> ? <value1> : <value2>
- Der Output ist <value1> falls der boolean true war, ansonsten ist der Output <value2>.
- Beispiel:

```
boolean y = true;
String s = y ? "y was true" : "y was false";
System.out.println(s);
```

```
y was true
```

Voraussetzungen

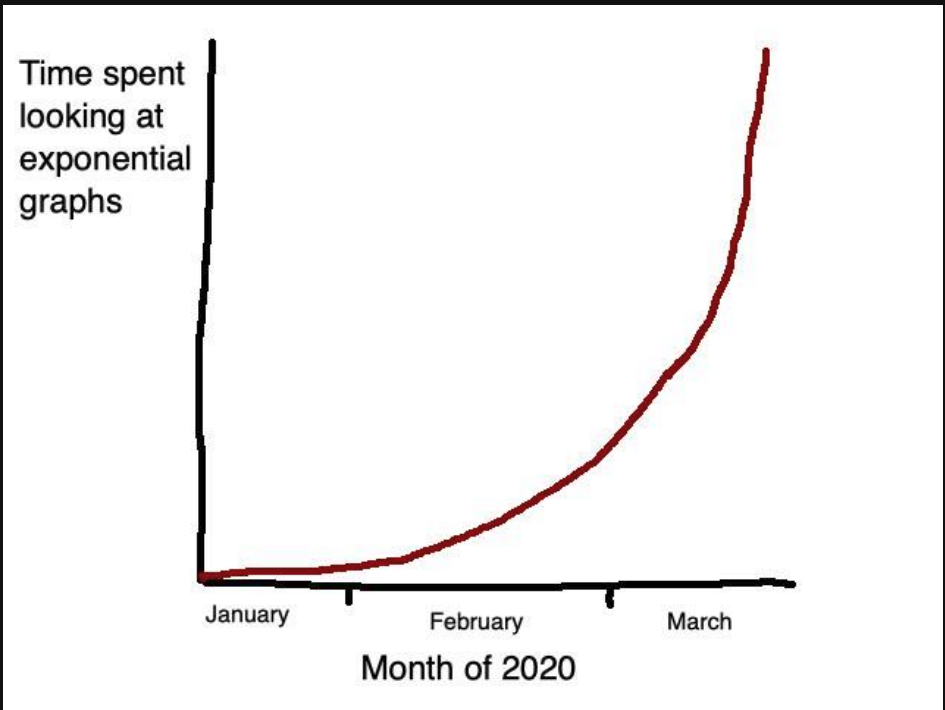
Funktionen



Javadoc

```java
/**
 * Checks wether x is within the interval [left, right]
 *
 * @param x
 * @param left The left edge of the interval
 * @param right The right edge of the interval
 * @return true iff x is in the interval [left, right]
 * @throws IllegalArgumentException if the interval is empty
 */
boolean inInterval(double x, double left, double right){
    if(left > right){
        throw new IllegalArgumentException("Empty Interval");
    }
    return x >= left && x <= right;
}
```

Prüfungs Statistiken

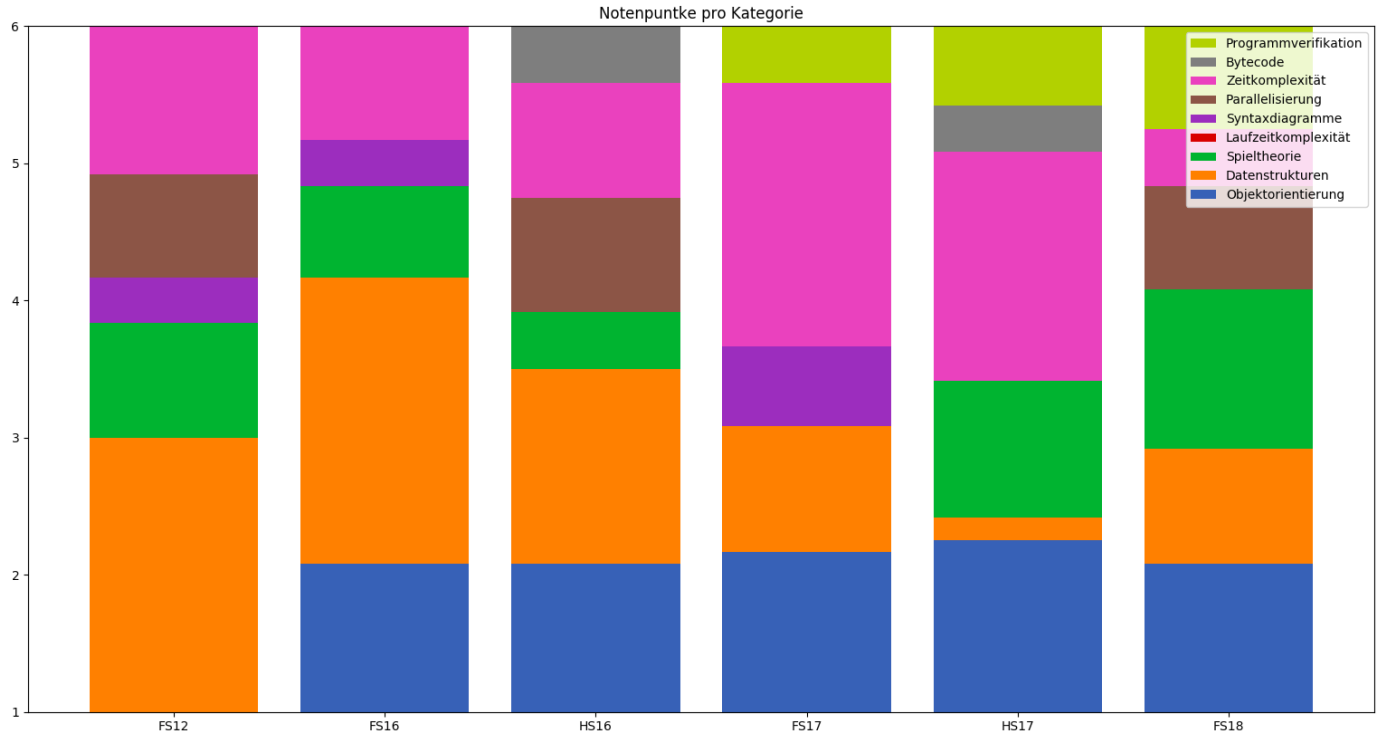


Generell

- Bei Informatik 2 sind die Prüfungen weniger konsistent als bei Informatik 1
- Ihnen ist es wichtig immer wieder neue und frische Aufgaben zu machen, und kennen alle Prüfungen weche auf AMIV veröffentlicht sind.
- Trotzdem gibt es einige Aufgabentypen, welche fast jedes Jahr kommen, wenn auch in leicht abgeänderter Form.
- Daher denke ich, dass das Lösen von alten Prüfungen trotzdem eine gute Vorbereitung ist, auch wenn sie sagen, dass es nicht so ist.
- Auf meiner Webseite habe ich alle einzelnen Prüfungsaufgaben mit Lösungen hochgeladen: https://pascscha.ch/info2/pvk/pruefungen/

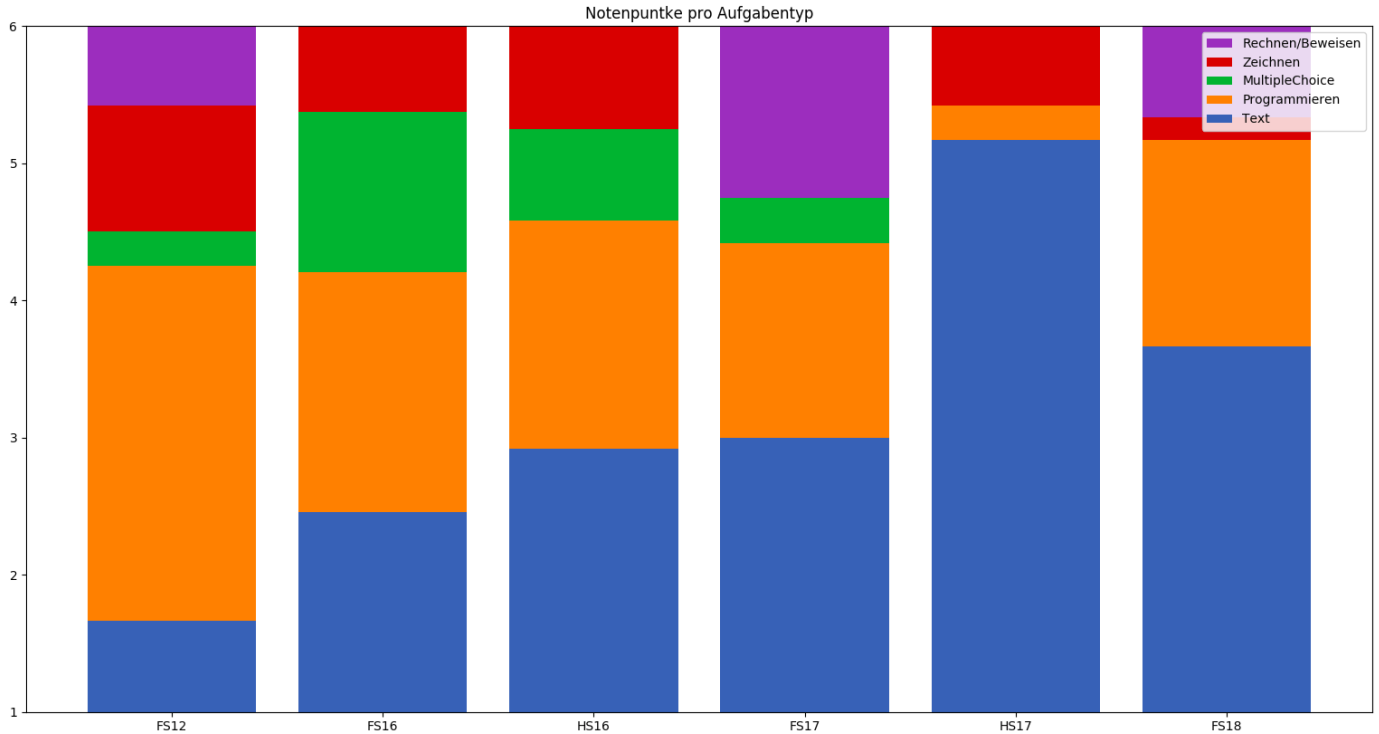
Prüfungsstatistiken

Notenpunkte pro Kategorie

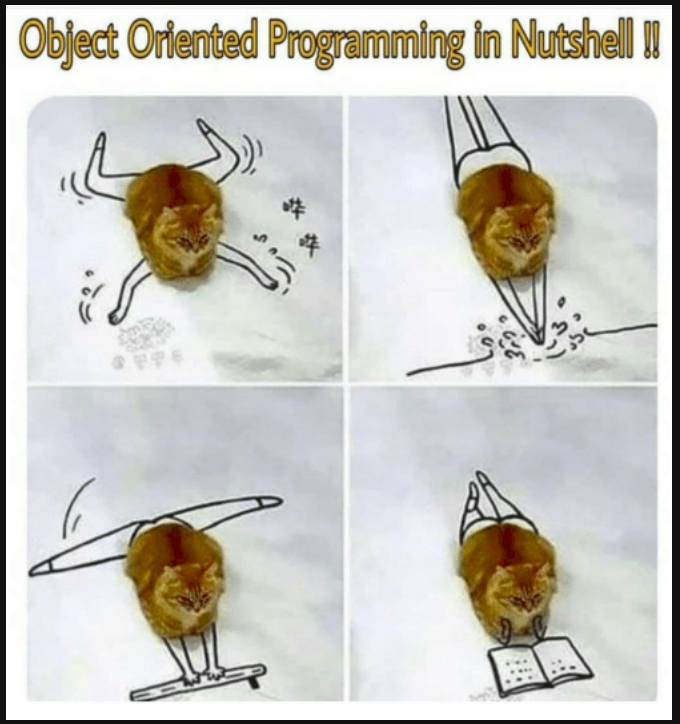


Prüfungsstatistiken

Notenpunkte pro Aufgabentyp



Objektorientierung



Call by Reference

- In C++ war beides möglich:
  - Call by value: Daten werden kopiert und übergeben
  - Call by reference: Referenz auf die Daten wird übergeben

- Java ist **IMMER** call by value!!
  - Bei der Übergabe einer Referenz auf ein Objekt wird die *Adresse* in eine lokale Variable kopiert!
  - Bei Übergabe eines primitiven Typs (char, int, float) wird der Wert in eine lokale Variable kopiert!

Broken Swap

```java
public static void swap(StringBuffer sbf1, StringBuffer sbf2)   {
       StringBuffer temp = sbf1;
       sbf1 = sbf2;
       sbf2 =temp;
}
```

```java
StringBuffer sbf1 = new StringBuffer("Hello");
StringBuffer sbf2 = new StringBuffer("World");

System.out.println(sbf1+" "+sbf2);
swap(sbf1,sbf2);
System.out.println(sbf1+" "+sbf2);
```

Output:

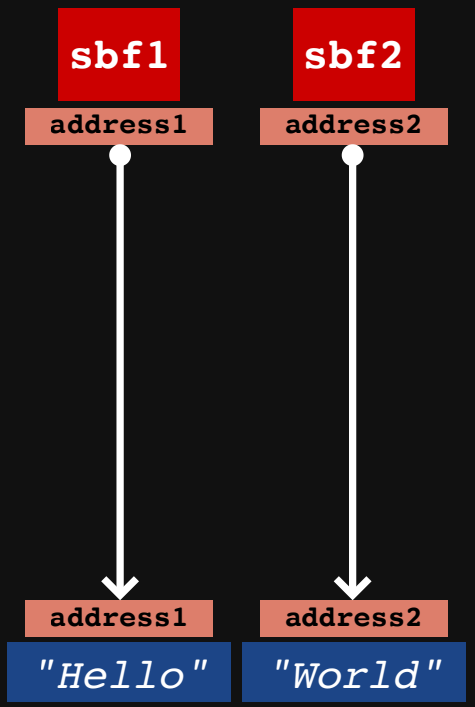
```
Hello World
Hello World
```

Trotzdem dass beim Funktionsaufruf eine Referenz übergeben wird, werden die Stringbuffer nicht getauscht, warum?

Broken Swap

```java
public static void swap(StringBuffer s1, StringBuffer s2){
        StringBuffer temp = s1;
        s1 = s2;
        s2 =temp;
}
```

```java
StringBuffer sbf1 = new StringBuffer("Hello");
StringBuffer sbf2 = new StringBuffer("World");

System.out.println(sbf1+" "+sbf2);
swap(sbf1,sbf2);
System.out.println(sbf1+" "+sbf2);
```



Output:

```
Hello World
```

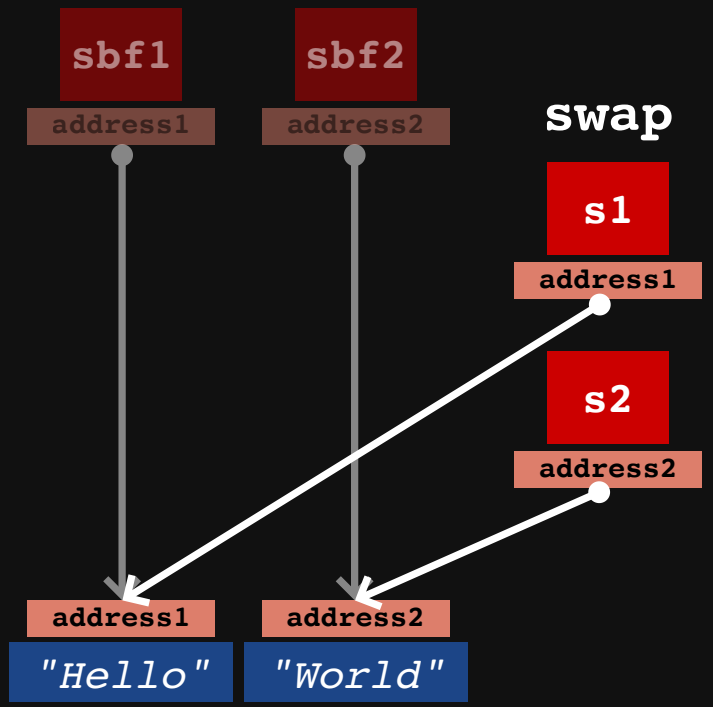
Broken Swap

```java
public static void swap(StringBuffer s1, StringBuffer s2){
        StringBuffer temp = s1;
        s1 = s2;
        s2 =temp;
}
```

```java
StringBuffer sbf1 = new StringBuffer("Hello");
StringBuffer sbf2 = new StringBuffer("World");

System.out.println(sbf1+" "+sbf2);
swap(sbf1,sbf2);
System.out.println(sbf1+" "+sbf2);
```

Output:

```
Hello World
```



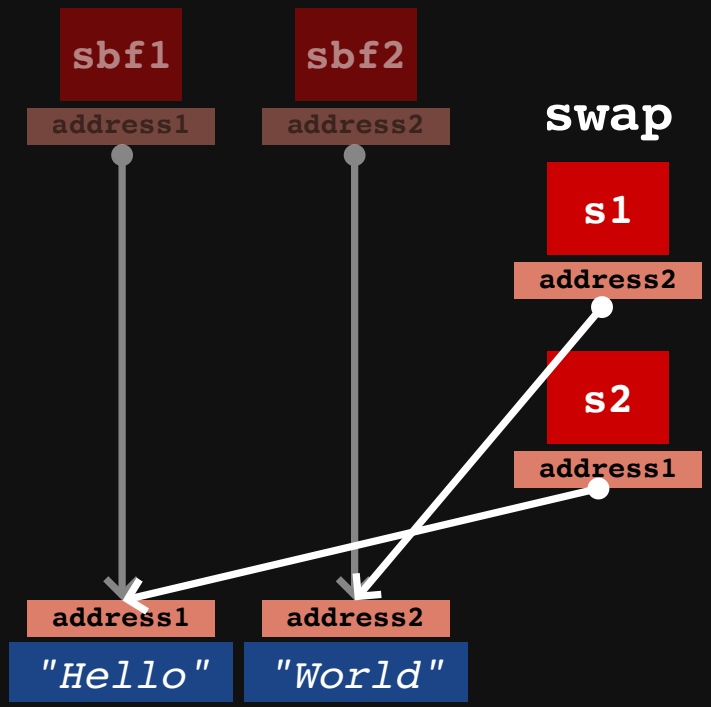
Broken Swap

```java
public static void swap(StringBuffer s1, StringBuffer s2){
        StringBuffer temp = s1;
        s1 = s2;
        s2 =temp;
}
```

```java
StringBuffer sbf1 = new StringBuffer("Hello");
StringBuffer sbf2 = new StringBuffer("World");

System.out.println(sbf1+" "+sbf2);
swap(sbf1,sbf2);
System.out.println(sbf1+" "+sbf2);
```

Output:

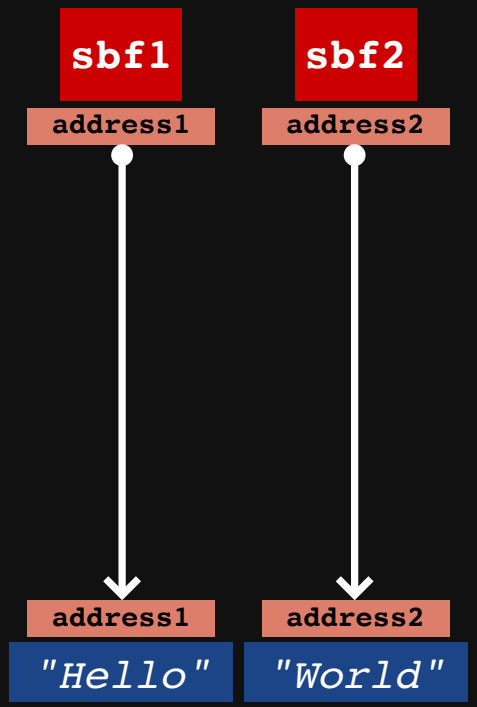
```
Hello World
```



Broken Swap

```
1  public static void swap(StringBuffer s1, StringBuffer s2){
2          StringBuffer temp = s1;
3          s1 = s2;
4          s2 =temp;
5  }
```

```
1  StringBuffer sbf1 = new StringBuffer("Hello");
2  StringBuffer sbf2 = new StringBuffer("World");
3
4  System.out.println(sbf1+" "+sbf2);
5  swap(sbf1,sbf2);
6  System.out.println(sbf1+" "+sbf2);
```



Output:

```
1 Hello World
2 Hello World
```

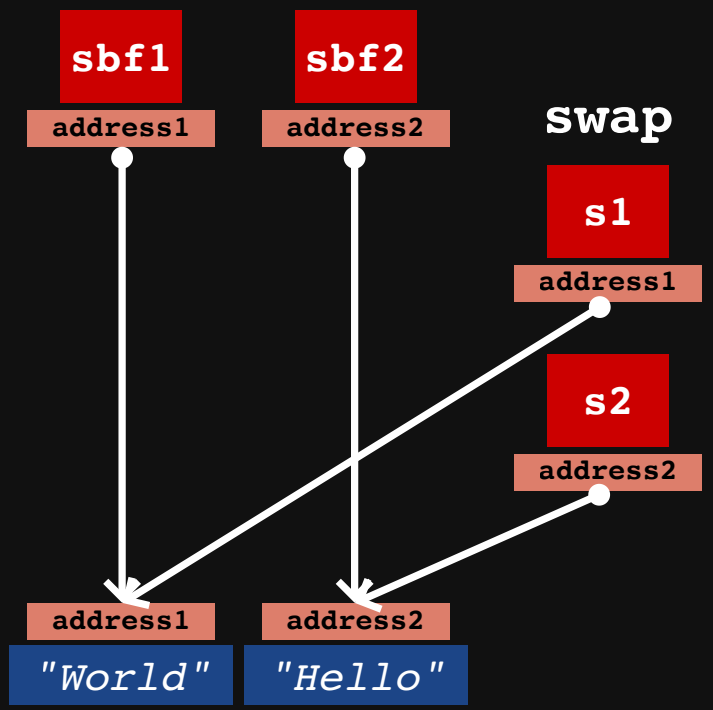
Fixed Swap

```java
public static void swap(StringBuffer s1, StringBuffer s2) {
    StringBuffer temp = new StringBuffer(s1);

    s1.delete(0, s1.length());
    s1.append(s2);

    s2.delete(0, s2.length());
    s2.append(temp);
}
```

```java
StringBuffer sbf1 = new StringBuffer("Hello");
StringBuffer sbf2 = new StringBuffer("World");

System.out.println(sbf1+" "+sbf2);
swap(sbf1,sbf2);
System.out.println(sbf1+" "+sbf2);
```

Output:

```
Hello World
World Hello
```



→ Man kann das zu Grunde liegende Objekt verändern!

Pakete

Node.java

```java
package node;

public class Node {
  public int value;
  public Node next;
  public Node(int value, Node next) {
    this.value = value;
    this.next = next;
  }
}
```

{1, 4, 21, 8}
→ **“1, 4, 21, 8, null“**

Lists.java

```java
package u5a1;
import node.Node;

public class Lists {
    public static String toString(Node node) {
        if (node == null) return "null";

        StringBuffer buf = new StringBuffer();
        buf.append(node.value).append(", ").append(toString(node.next));
        return buf.toString();
    }
}
```

Keywords

```java
public class Impedance {
    private final String name;
    protected double real, imag;
    int i;

    public Impedance(String name, double real,
            double imag) {
        this.name = name;
        this.real = real;
        this.imag = imag;
    }

    public static Impedance add(String name,
            Impedance z1, Impedance z2) {
        double real = z1.getReal() + z2.getReal();
        double imag = z1.getImag() + z2.getImag();
        return new Impedance(name, real, imag);
    }

    public String toString() {
        return getName() + " = " + getReal() +
            " + i" + getImag();
    }

    public String getName() {
        return this.name;
    }
    public double getImag() {
        return this.imag;
    }
    public double getReal() {
        return this.real;
    }
}
```

- **final**: Darf nicht verändert werden
- **public**: Für alle Sichtbar
- **private**: In der Klasse Sichtbar
- **protected**: in abgeleiteten Klassenund im package Sichtbar
- **static**: unabhängig von der Klasseninstanz, existiert nur einmal für alle Objekte dieser Klasse
- Ohne Modifier: Im package sichtbar

Polymorphie

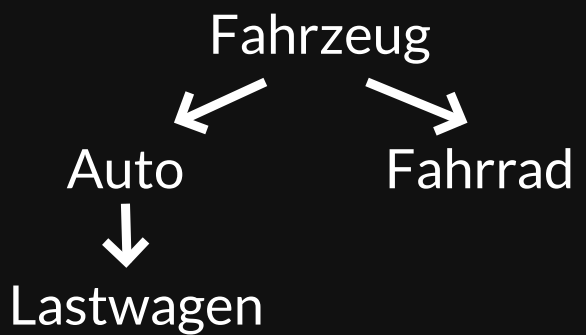
- In Java ist es möglich, dass eine Klasse von einer anderen Klasse "erbt".
- Die erbende Klasse erbt somit alle Funktionen und Attribute und kann diese noch erweitern.
- Dies ermöglicht es gewisse Typen und Strukturen besser zu modellieren.

Polymorphie

```java
public class Fahrzeug{
   int radzahl;

   public Fahrzeug(int radzahl){
       this.radzahl = radzahl;
   }
}
```

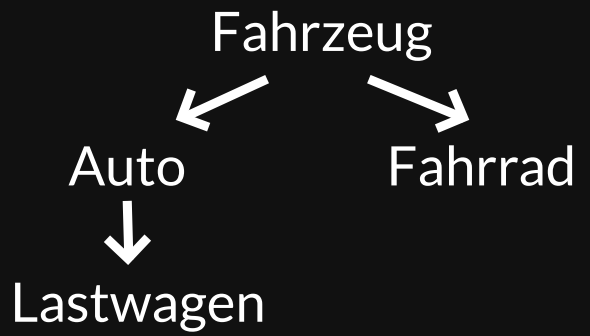
```java
public class Fahrrad extends Fahrzeug{

   public Fahrrad(){
       super(2);
   }
}
```

```java
public class Auto extends Fahrzeug{
   protected float hubraum;

   public Auto(float hubraum){
       super(4);
       this.hubraum = hubraum;
   }

   public float getHubraum(){
       return hubraum;
   }

   public void setHubraum(float hubraum){
       if(hubraum>0) this.hubraum = hubraum;
   }

}
```




```java
public class Lastwagen extends Auto{
   float capacity;

   public Lastwagen(float hubraum,
                    float capacity){
       super(hubraum);
       this.capacity = capacity;
   }
}
```

Polymorphie




```
1 Fahrzeug myFahrrad = new Fahrrad();
2
3 System.out.println(myFahrrad.radzahl);
4
5 myFahrrad.setHubraum(300);
```

→ `Output: 2`

✗ Compile Error:

The method setHubraum(int) is undefined for the type Fahrzeug

```
1 Fahrzeug myLastwagen = new Lastwagen(80000,50);
2
3 System.out.println(myLastwagen.radzahl);
4
5 myLastwagen.setHubraum(300);
```

→ `Output: 4`

✗ Compile Error:

The method setHubraum(int) is undefined for the type Fahrzeug

Polymorphie

- Warum können wir den Hubraum von myLastwagen nicht bestimmen, obwohl es ein Objekt vom Typ Lastwagen ist?

- Beim Erstellen von myLastwagen haben wir gesagt, dass es vom Typ Fahrzeug ist:

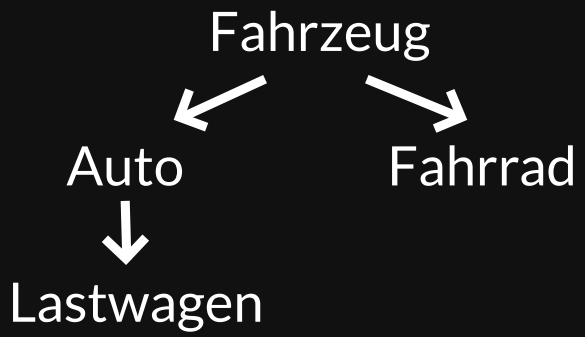
```
Fahrzeug myLastwagen = new Lastwagen(80000,50);
```

- myLastwagen hat also alle Attribute von einem Lastwagen, man kann sie einfach nicht abrufen.

- $\Rightarrow$ Type Casts

```
((Lastwagen)myLastwagen).setHubraum(300);
```

Polymorphie



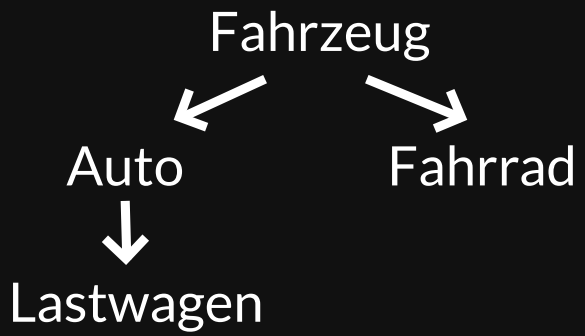

```
1 Fahrzeug myLastwagen = new Lastwagen(80000,50);
2
3 System.out.println(myLastwagen.radzahl);
4
5 ((Lastwagen)myLastwagen).setHubraum(300);
```

```
1 Fahrzeug myFahrrad = new Fahrrad();
2
3 System.out.println(myFahrrad.radzahl);
4
5 ((Lastwagen)myFahrrad).setHubraum(300);
```

Runtime Error:

Exception in thread "main" java.lang.ClassCastException: Fahrzeug cannot be cast to Lastwagen

Polymorphie



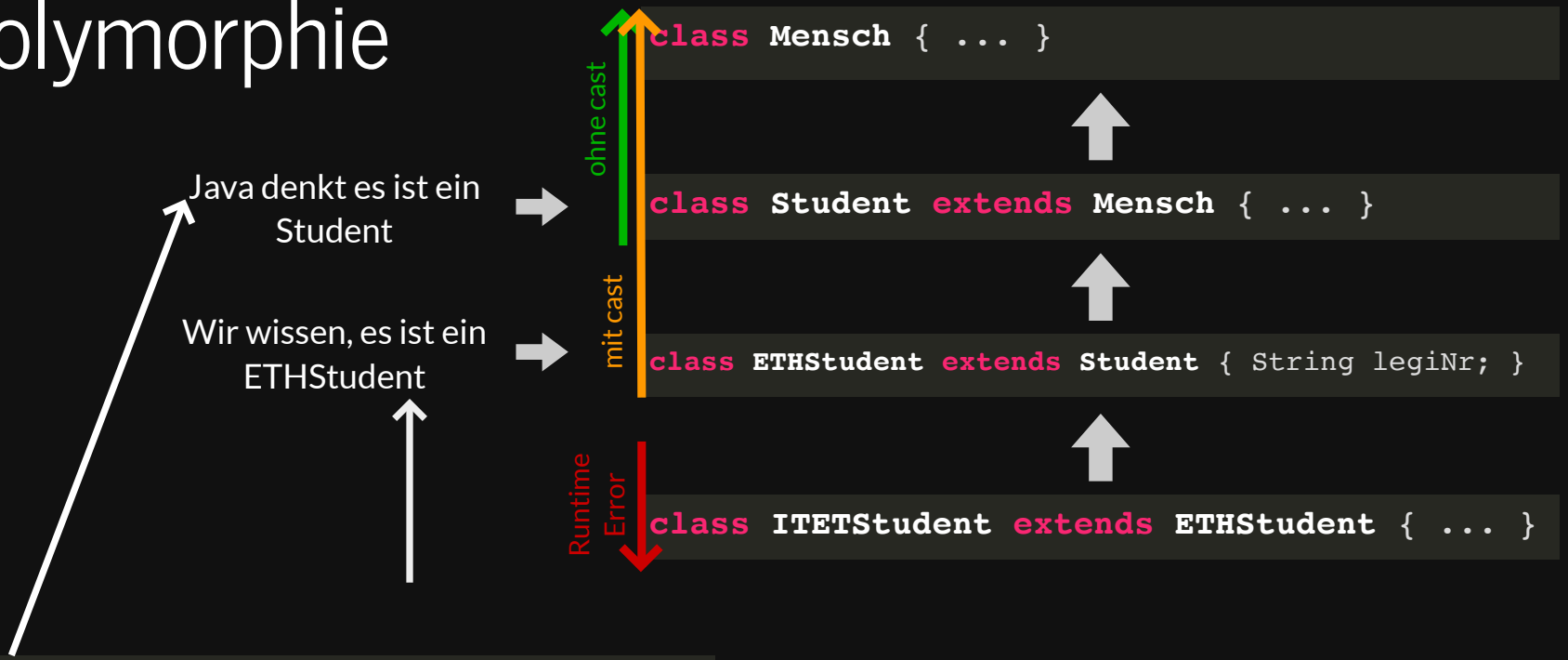
1. Falls ihr auf ein Attribut zugreifen möchtet, welches nicht existiert oder nicht abrufbar ist, gibt es einen **Compile Error**

```
Fahrzeug myLastwagen = new Lastwagen(80000, 50);

myLastwagen.setHubraum(300);
```

2. Falls ihr einen Cast machen wollt, welcher nicht funktioniert, gibt es einen **Runtime Error**

```
Fahrzeug myFahrrad = new Fahrrad();

((Lastwagen)myFahrrad).setHubraum(300);
```

Polymorphie



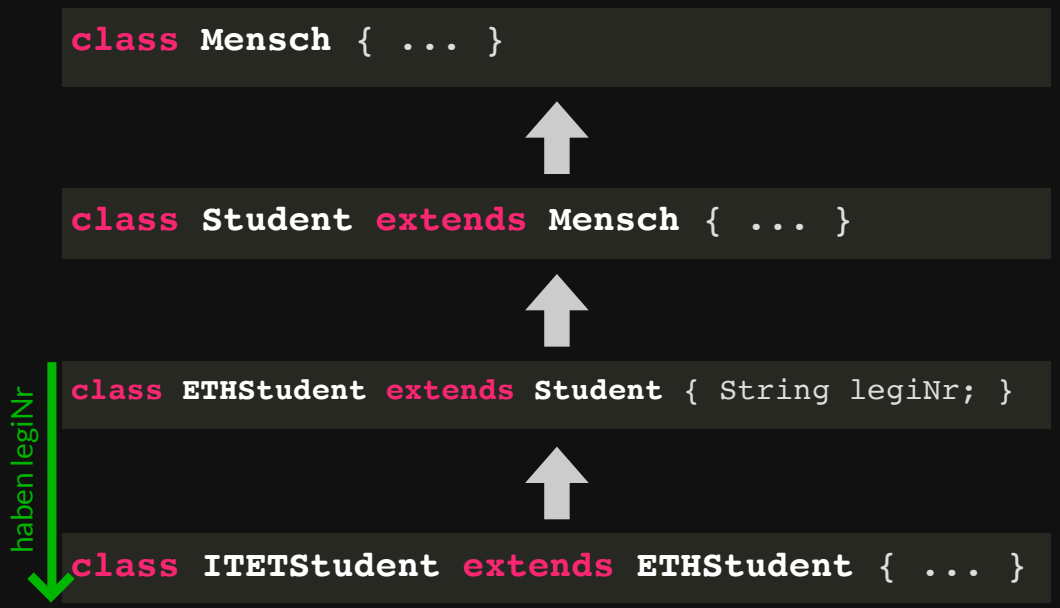

```
Student tim = new ETHStudent();
```

```
1 Object obj           = tim;
2 Mensch mensch        = tim;
3 Student student      = tim;
4 ETHStudent ethStud   = (ETHStudent) tim;
5 ITETStudent itetStud = (ITETStudent) tim;
```

jede Java Klasse erbt von Object
zuweisung möglich ohne Cast
zuweisung möglich ohne Cast
zuweisung möglich mit Cast
Runtime Error

Objektorientierung

Polymorphie




```
Student tim = new ETHStudent();
```

```
1 Mensch mensch         = tim;
2 Student student       = tim;
3 ETHStudent ethStud    = (ETHStudent) tim;
4 ITETStudent itetStud = (ITETStudent) tim;
5
6 System.out.println(mensch.legiNr);
7 System.out.println(student.legiNr);
8 System.out.println(ethStud.legiNr);
9 System.out.println(itetStud.legiNr);
```

Compile Error
Compile Error
Kein Compile Error
Kein Compile Error

instanceof

- Falsche Type-Casts können zu Runtime-Error führen.
- Wie können wir das verhindern?
- instanceof Operator gibt zurück, ob ein Objekt gecasted werden kann.

```
Student tim = new ETHStudent();

System.out.println(tim instanceof Mensch);
System.out.println(tim instanceof Student);
System.out.println(tim instanceof ETHStudent);
System.out.println(tim instanceof ITETStudent);
```

Output:

```
true
true
true
false
```

Abstrakte Klassen

- In einer Abstrakten Klasse kann man Methoden implementieren, aber auch nur deklarieren.

- Man kann keine Abstrakten Objekte instanzieren (weil man sonst unimplementierte Methoden aufrufen könnte)

- Eine Klasse kann höchstens eine Abstrakte Klasse erweitern

```java
public abstract class AbstractStack {
    // declare abstract functions
    public abstract void push();
    public abstract int pop();
    public abstract int peek();
    public abstract int size();

    // already implement some functions
    public boolean isEmpty(){
        return size() == 0;
    }
}
```

```java
public class Stack extends AbstractStack {
    // declare abstract functions
    public void push(){/*TODO*/}
    public int pop(){/*TODO*/}
    public int peek(){/*TODO*/}
    public int size(){/*TODO*/}
}
```

Interfaces

- In einem Interface kann man keine Methoden implementieren, nur nur deklarieren.

- Man kann keine Interfaces instanzieren (weil man sonst unimplementierte Methoden aufrufen könnte)

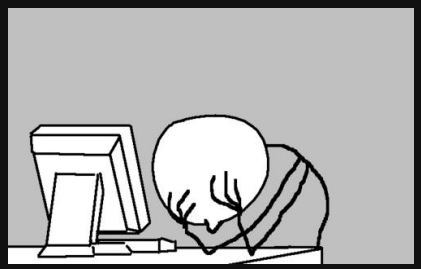
- Eine Klasse kann mehrere Interfaces implementieren.

```
1 public Interface IStack {
2     // declare abstract functions
3     public void push();
4     public int pop();
5     public int peek();
6     public int size();
7 }
```

```
1 public class Stack implements IStack {
2     // declare abstract functions
3     public int push(){/*TODO*/}
4     public int pop(){/*TODO*/}
5     public int peek(){/*TODO*/}
6     public int size(){/*TODO*/}
7 }
```

Factories

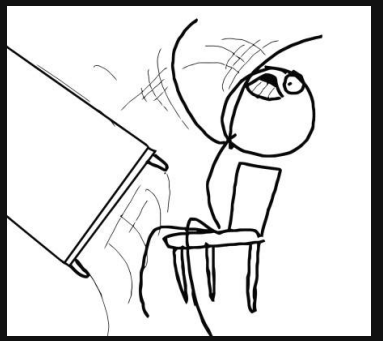
- Julia und Carina arbeiten mit Bäumen.
- Um gleichzeitig daran zu arbeiten implementiert Carina den Baum und Julia schreibt das Programm.
- Sie entscheiden sich: Sie verwenden einen *ArrayTree*
- Nach der Hälfte der Zeit merkt Carina, dass ein ListTree besser geeignet wäre.
- Carina sagt Julia, sie solle doch schnell alle Verwendungen von ArrayTree zu ListTree ändern.



Carina

Benutze *ArrayTree* →

Meinung geändert, benutze *ListTree* →



Julia

Factories

- Um solche *Katastrophen* zu verhindern benutzen wir Interfaces und Factories
- Julia benutzt eine "TreeFactory" um Bäume zu erstellen, welche dieses Interface implementieren.

Tree Interface

```
interface ITree{
    public ITree leftChild();
    public ITree rightChild();
    public int getValue();
    public int setValue();
}
```

Julias Code Vorher

```
1 public class FancyCode {
2         public ArrayTree important(){
3         ArrayTree myRoot = new ArrayTree();
4         myRoot.setValue(4);
5         return myRoot;
6     }
7 }
```

Tree Factory

```
public class TreeFactory {
    public static ITree makeTree(){
        return new ListTree();
    }
}
```

Julias Code Jetzt

```
1 public class FancyCode {
2         public ITree important(){
3         ITree myRoot = TreeFactory.makeTree();
4         myRoot.setValue(4);
5         return myRoot;
6     }
7 }
```

Generics

ArrayList Kann beliebige Typen speichern:

```
1 ArrayList myList = new ArrayList();
2 myList.add(42);
3 myList.add("I <3 Info II");
4 int i = (Integer)myList.get(0);
5 String s = (String)myList.get(1);
```

- Flexibel, aber Casts sind gefährlich
- Falls man nicht mehr weiss, was wo in der Liste ist, kann es zu Chaos führen
- $\rightarrow$ Generics

Generics

Man kann einer ArrayList sagen, dass sie nur einen bestimmten Typ speichern darf:

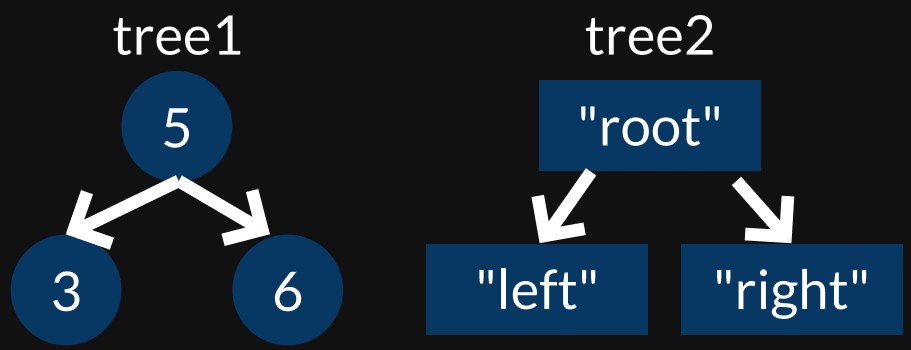
```
1 ArrayList<Integer> myList = new ArrayList<Integer>();
2 myList.add(42);
3 int i = myList.get(0);
4 myList.add(“Hello World”);
```

- Vorteile:
  - Typsicherheit
  - keine Casts nötig
- Nachteile:
  - Weniger Flexibel

Generics

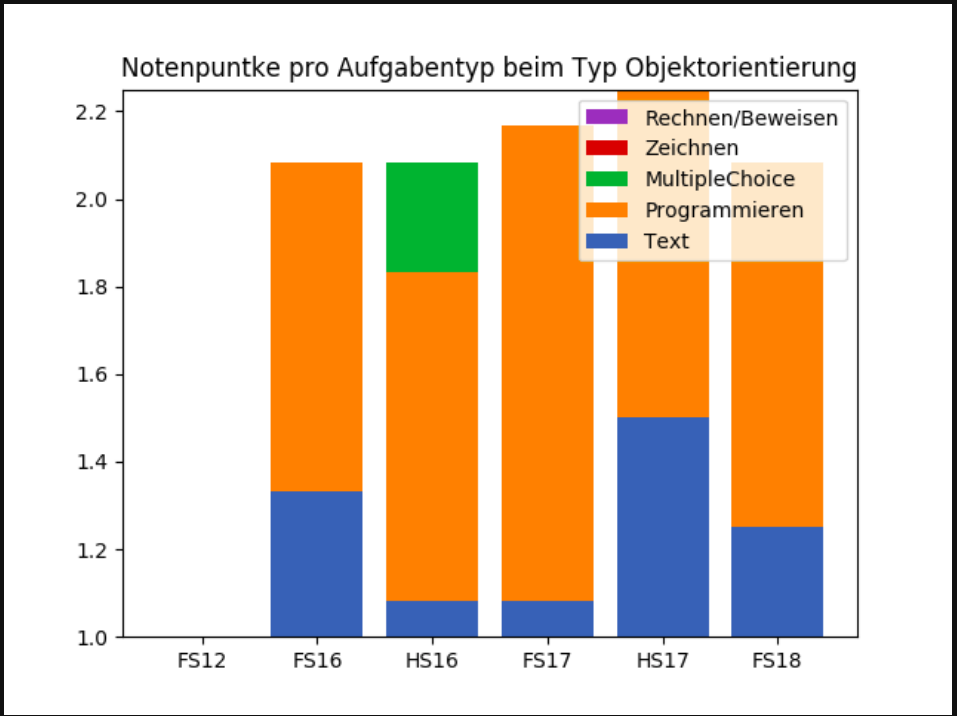
```java
public class Tree<T> {

  T value;
  Tree right;
  Tree left;

  public Tree(T value) {
    right = null;
    left = null;
    this.value = value;
  }

  public Tree<T> leftChild() {
        return left;
  }

  public Tree<T> rightChild() {
        return right;
  }
}
```

```java
Tree<Integer> tree1 = new Tree<Integer>(5);
tree1.left = new Tree<Integer>(3);
tree1.right = new Tree<Integer>(6);

Tree<String> tree2 = new Tree<String>("root");
tree2.right = new Tree<String>("right");
tree2.left = new Tree<String>("left");
```



Prüfungsaufgabe

Objektorientierung



Herbst 2017, 1.17 Notenpunkte

Prüfungsaufgabe

Objektorientierung

Herbst 2017, 1.17 Notenpunkte

```java
public class Activity{
    private String name;
    private double duration;
    private double rating;

    public Activity(String name, double duration, double rating) {
        if(duration <= 0) {
            throw new IllegalArgumentException("The duration can not be negative!");
        }
        if(rating < 0 || rating > 5) {
            throw new IllegalArgumentException("The rating has to be between 0 and 5!");
        }
        this.name = name;
        this.duration = duration;
        this.rating = rating;
    }
    public String getName() {
        return name;
    }
    public double getDuration() {
        return duration;
    }
    public double getRating() {
        return rating;
    }
}
```

Prüfungsaufgabe

Objektorientierung

Herbst 2017, 1.17 Notenpunkte

```java
public class Hike extends Activity {
    private double difficulty;

    public Hike(String name, double duration, double rating,
            double difficulty) {
        super(name, duration, rating);
        if(difficulty < 1 || difficulty > 5) {
            throw new IllegalArgumentException("The difficulty has to "
                    + "be between 1 and 5!");
        }
        this.difficulty = difficulty;
    }

    public double getDifficulty() {
        return difficulty;
    }
}
```

Prüfungsaufgabe

Objektorientierung

Herbst 2017, 1.17 Notenpunkte

```java
import java.util.ArrayList;

public class ActivityManager{
    ArrayList<Activity> activities;

    public ActivityManager() {
        activities = new ArrayList<Activity>();
    }

    public void addActivitiy(Activity activity){
        activities.add(activity);
    }

    public Hike findBestHike(double maxDuration, double maxDifference){
        // [..]
    }
}
```

Prüfungsaufgabe

Objektorientierung

Herbst 2017, 1.17 Notenpunkte

```java
public Hike findBestHike(double maxDuration, double maxDifficulty){
    Hike bestHike = null;
    for (Activity activity : activities) {
      if (activity instanceof Hike) {
        Hike hike = (Hike) activity;
        if (hike.getDuration() <= maxDuration
            && hike.getDifficulty() <= maxDifficulty) {
          if (bestHike == null
              || hike.getRating() > bestHike.getRating()) {
            bestHike = hike;
          }
        }
      }
    }
    return bestHike;
}
```

Prüfungsaufgabe

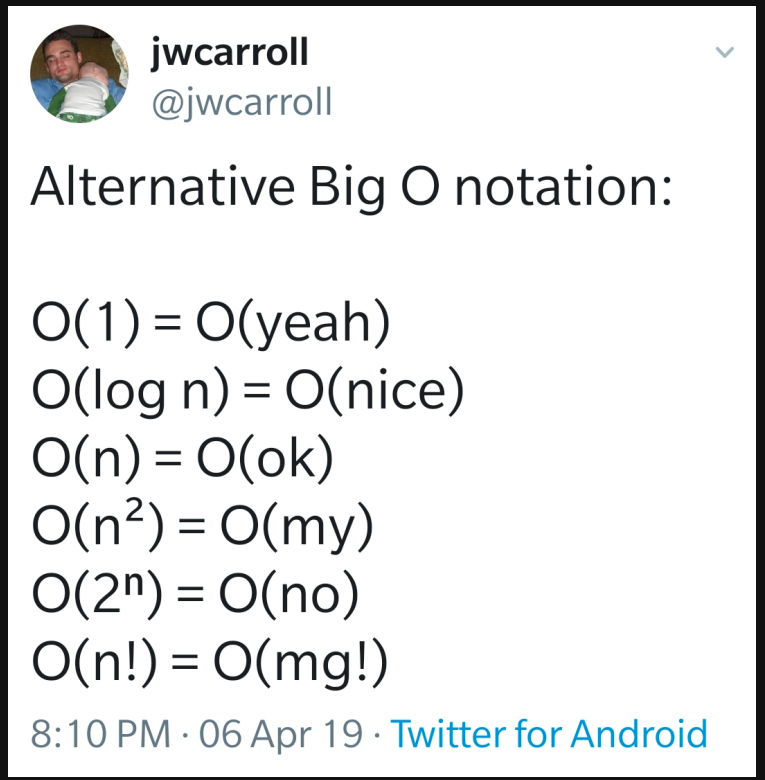
Objektorientierung

Herbst 2017, 1.17 Notenpunkte

```java
public class Main{
    public static void main(String[] args){
        ActivityManager = new ActivityManager();
        // Adding activities
        // Assume the parameter order for the Activity constructor is
        // [name, duration, rating] and for the Hike constructor
        // [name, duration, rating, difficulty]
        manager.addActivitiy(new Activity("Spaziergang am See", 1.2, 2.5));
        manager.addActivitiy(new Hike("Brunni - Kl. Mythen", 2, 4.5, 4.5));
        manager.addActivitiy(new Activity("Velofahren Zuerich", 0.5, 1));
        manager.addActivitiy(new Hike("Brunni - Gr. Mythen", 3, 3.5, 3.5));
        manager.addActivitiy(new Activity("Schwimmen am Letten", 1, 4.5));
        manager.addActivitiy(new Activity("Nichtstun", 0, 2.5));
        manager.addActivitiy(new Hike("Weggis - Rigi Kulm", 5, 4, 3.5));
        manager.addActivitiy(new Hike("Alpnach - Pilatus Kulm", 5, 5, 2));

        double maxDuration = 4;
        double maxDifficulty = 3.5;
        Hike bestHike = manager.findBestHike(maxDuration, maxDifference);

        System.out.println("Die beste Wanderung: " + bestHike.getName());
    }
}
```

```
Die beste Wanderung: Brunni - Gr. Mythen
```

Komplexität



O-Notation

- Die O-Notation beschreibt, die Grössenordnung von einem Problem.

- Mathematische Definition:
  - Sei $g(n)$ der Aufwand vom Algorithmus.
  - Dann ist $g(n) \in O(f(n))$ falls
    $\exists n_0, c > 0$ so dass $\forall n > n_0 : g(n) \leq c \cdot f(n)$

- Die Funkion darf also für genug grosse Inputs nur um einen Konstanten Faktor von der Komplexität abweichen.

- Im Endeffekt bedeutet das, dass wir nur den am schnellsten Wachsende Term betrachten müssen und alle konstanten Faktoren ignorieren können.

O-Notation

Zeige, dass $\frac{n^2+100}{2} \in O(n^2)$:

- $g(n) = \frac{n^2+100}{2}, f(n) = n^2$
- Zu zeigen: $\exists n_0, c > 0$ so dass $\forall n > n_0 : g(n) \leq c \cdot f(n)$
- Wähle $c = 1$
- Finde n_0
  - $g(n) \leq c \cdot f(n)$
  - $\Leftrightarrow \frac{n^2+100}{2} \leq n^2$
  - $\Leftrightarrow 100 \leq n^2$
  - $\Leftrightarrow n \geq 10$
  - $\Rightarrow$ Wir können z.B $n_0 = 10$ wählen.
- $\Rightarrow \forall n > 10 : \frac{n^2+100}{2} \leq 1 \cdot n^2$
- $\Rightarrow \frac{n^2+100}{2} \in O(n^2)$

O-Notation

- Falls nicht nach Beweisen gefragt ist, müssen wir nicht all diese Rechnungen machen.
- Dann reicht es nur den am Schnellsten wachsenden Summanden zu betrachten und alle Konstanten Multiplikatoren zu ignorieren.
- Beispiele:
  - $\frac{1+n^2+n^5}{5}$
    - $= \frac{1}{5} \cdot 1 + \frac{1}{5} \cdot n^2 + \frac{1}{5} \cdot n^5$
    - $\in O(n^5)$
  - $log(n^4) + log(n^3)$
    - $= 7 \cdot log(n)$
    - $\in O(log(n))$

O-Notation

- Die O-Notation ist nur eine obere Schranke, das heisst falls ein Algorithmus $\in O(n)$ ist, so ist er auch $\in O(n^2)$.

- Falls also $g(n) = \frac{n}{2}$ dann gilt sowohl $g(n) \in O(n)$ als auch $g(n) \in O(n^2)$

- $O(1) \in O(log(n)) \in O(n) \in O(n \cdot log(n))$
  $\in O(n^2) \in O(n^{100}) \in O(2^n) \in O(n!)$

Laufzeitomplexität bestimmen

```
1 private static int f1(int n) {
2   int out = 0;
3
4   for(int i = 0; i < n; i++) {
5     out++;
6   }
7
8   return out;
9 }
```

Zeile 5 Wird n-Mal Ausgeführt.

→ $O(n)$

Laufzeitomplexität bestimmen

```
1 private static int f2(int n) {
2   int out = 0;
3
4   for(int i = 0; i * 5 < n; i++) {
5     out++;
6   }
7
8   return out;
9 }
```

Zeile 5 Wird ca. $\lfloor \frac{n}{5} \rfloor$-Mal Ausgeführt.

$O(n)$

Laufzeitomplexität bestimmen

```
1  private static int f3(int n) {
2    int out = 0;
3
4    for(int i = 0; i < n; i++) {
5      for(int j = 0; j < n; j++){
6        out++;
7      }
8    }
9
10   return out;
11 }
```

Zeile 6 Wird n^2-Mal Ausgeführt.

→ $O(n^2)$

Laufzeitomplexität bestimmen

```
1  private static int f4(int n) {
2    int out = 0;
3
4    for(int i = 0; i < n; i++) {
5      for(int j = 0; j < 1000; j++){
6        out++;
7      }
8    }
9
10   return out;
11 }
```

Zeile 6 Wird $1000 * n$-Mal Ausgeführt.

→ $O(n)$

Laufzeitomplexität bestimmen

```
1  private static int f5(int n) {
2    int out = 0;
3
4    for(int i = 0; i < n; i++) {
5      for(int j = 0; j < i; j++){
6        out++;
7      }
8    }
9
10   return out;
11 }
```

Zeile 6 Wird $\sum_{i=0}^{n-1}(i) = \frac{n*(n-1)}{2}$-Mal Ausgeführt.

$$O(n^2)$$

Laufzeitomplexität bestimmen

```
1  private static int f5(int n) {
2    int out = 0;
3
4    for(int i = 0; i < n*n; i++) {
5      for(int j = 0; j*j < i; j++){
6        for(int k = j*i; k > 0; k--){
7          out++;
8        }
9      }
10   }
11   return out;
12 }
```

- Zeile 4 macht, dass die inneren Loops n^2-Mal ausgeführt werden.
- Zeile 5 macht, dass der Innere Loop $\sqrt{i} \approx n$-Mal ausgeführt wird. Da dieser Loop selbst n^2-Mal wiederholt wird, sind das n^3 Wiederholungen.
- Zeile 6 macht, dass die Instruktion $j \cdot i \approx n^3$-Mal ausgeführt wird. Da dieser Loop selbst ca n^3-Mal ausgeführt wird, ist die gesamte Komplexität $O(n^6)$

$$O(n^6)$$

Speicherkomplexität bestimmen

- Neben der Laufzeit ist auch der benutzte Speicher einen Faktor, welchen man beim Entwickeln von einem Algorithmus im Auge behalten sollte.

- Den benötigten Speicher kann man genauso wie die Laufzeit mit der O-Notation beschreiben

Speicherkomplexität

```java
public static int fibo(int n) {
    if (n <= 1) return 1;

    return fibo1(n - 1) + fibo1(n - 2);
}
```

Zeit: $O(2^n)$

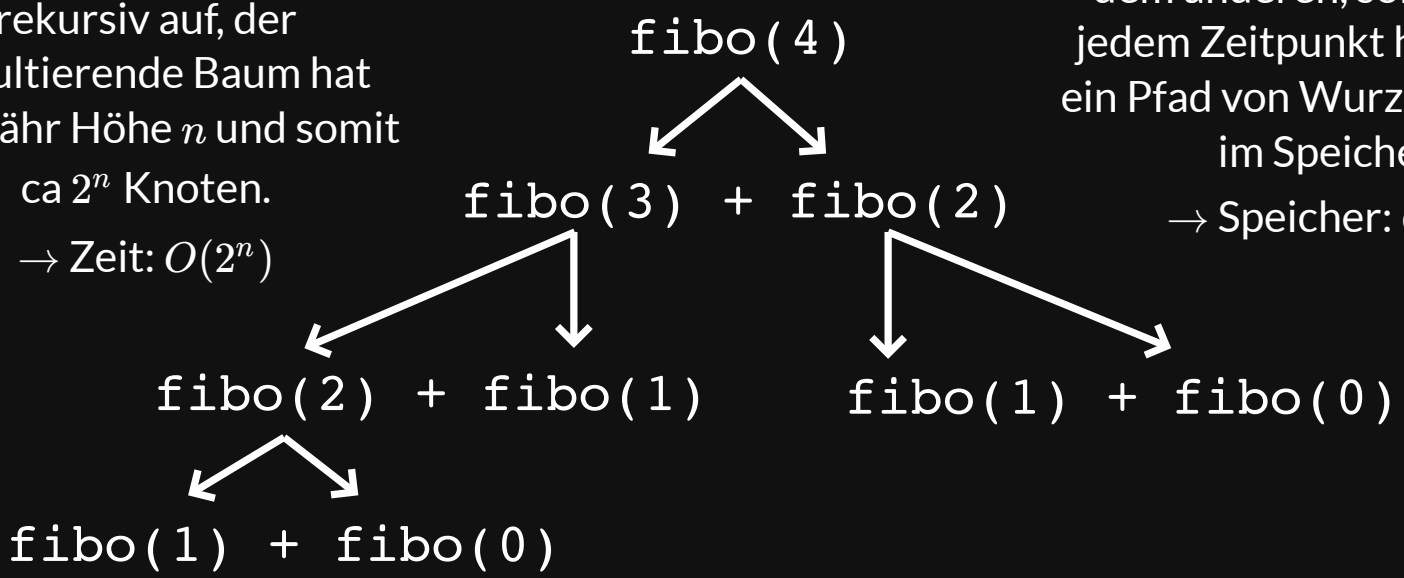
Speicher: $O(n)$

Die Funktion ruft sich normalerweise ca. 2-mal rekursiv auf, der Resultierende Baum hat ungefähr Höhe n und somit ca 2^n Knoten.

$\rightarrow$ Zeit: $O(2^n)$

Der Baum wird "Depth First" traversiert, also ein Ast nach dem anderen, somit ist zu jedem Zeitpunkt höchstens ein Pfad von Wurzel bis Blatt im Speicher.

$\rightarrow$ Speicher: $O(n)$



Speicherkomplexität

```java
public static int fibo1(int n) {
    if (n <= 1) return 1;

    return fibo1(n - 1) + fibo1(n - 2);
}
```

Speicher: $O(n)$

Zeit: $O(2^n)$

```java
public static int fibo2(int n) {
    if(n <= 1) return 1;

    int[] memory = new int[n + 1];
    memory[0] = 1;
    memory[1] = 1;
    for (int i = 2; i <= n; i++) {
        memory[i] = memory[i - 1] + memory[i - 2];
    }
    return memory[n];
}
```

Speicher: $O(n)$

Zeit: $O(n)$

```java
public static int fibo3(int n) {
    int last1 = 1;
    int last2 = 1;
    for (int i = 2; i <= n; i++) {
        int temp = last1 + last2;
        last1 = last2;
        last2 = temp;
    }
    return last2;
}
```

Speicher: $O(1)$

Zeit: $O(n)$

Neue Problemgrösse bei mehr Zeit

- Wir haben ein Computer, welcher ein Problem mit $O(f(n))$ der Grösse M in der Zeit t lösen kann.

- Was ist die lösbare Problemgrösse, falls wir k-Mal so viel Zeit zur Verfügung haben?

- Beispiel:
  - Der Computer kann ein $O(n^3)$ Problem kann in 10s einen Input der Grösse 1'000 verarbeiten

  - Wie gross kann der Input sein, wenn man 20s zur Verfügung hat?

Neue Problemgrösse bei mehr Zeit

- Komplexität $O(n^3)$
- Bisherige Inputgrösse 1'000
- Mehr Zeit: $\times 2$

1. Der Computer macht ca $1000^3 = 10^9$ Operationen in 10s

2. In 20s Zeit kann er also $2 \cdot 10^9$ Operationen machen

3. Die neu bewältigbare Problemgrösse ist somit $\sqrt[3]{2 \cdot 10^9} \approx 1260$

Neue Problemgrösse bei mehr Zeit

- Komplexität $O(f(n))$
- Bisherige Inputgrösse M
- Mehr Zeit: $\times k$

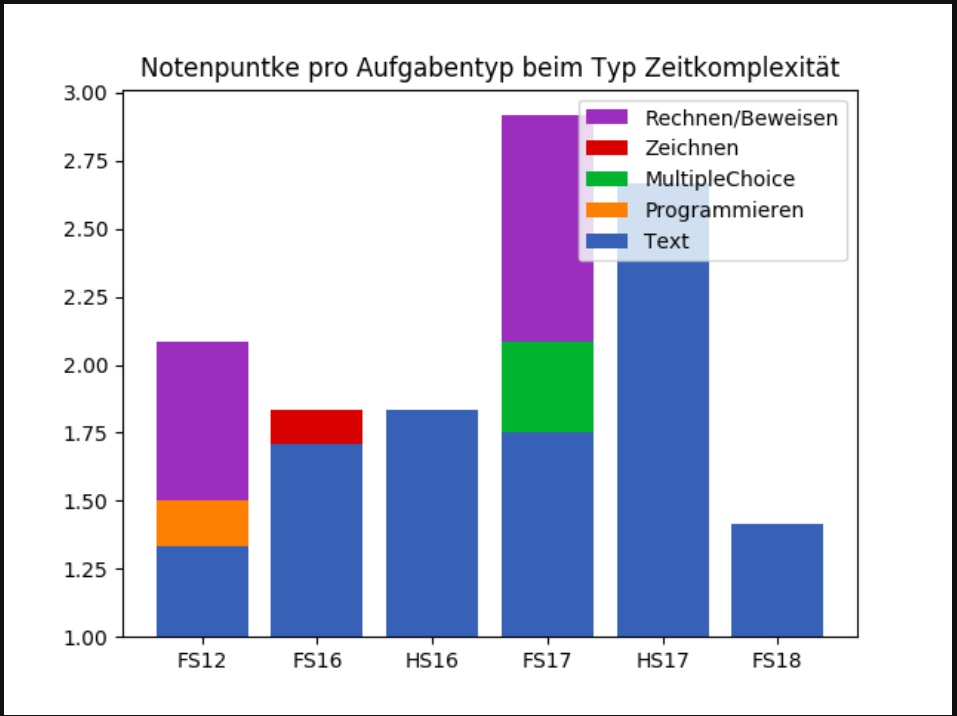
1. Der Computer macht ca $f(M)$ Operationen

2. Mit der zusätzlichen Zeit kann er also $k \cdot f(M)$ Operationen machen

3. Die neu bewältigbare Problemgrösse ist somit $f^{-1}(k \cdot f(M))$

Prüfungsaufgabe

Laufzeit und Speicherkomplexität



Herbst 2017, 0.67 Notenpunkte

Prüfungsaufgabe

Laufzeit und Speicherkomplexität

Herbst 2017, 0.67 Notenpunkte

```java
public static int algorithm1(int[] input){
    assert input != null && input.length > 0;
    int maxSum = input[0];
    for(int i = 0; i < input.length; i++){
        for(int j = 0; j < input.length; j++){
            int sum = 0;
            for(int k = i; k <= j; k++){
                sum += input[k];
            }
            if(sum > maxSum){
                maxSum = sum;
            }
        }
    }
    return maxSum;
}
```

Zeit:

$O(input.length^3)$

Zusätzlicher Speicher:

$O(1)$

Prüfungsaufgabe

Laufzeit und Speicherkomplexität

Herbst 2017, 0.67 Notenpunkte

```java
public static int algorithm2(int[] input){
    assert input != null && input.length > 0;
    // calculate partial sums
    int[] p = new int[input.length];
    for(int i = 0; i < input.length; i++){
        if(i == 0) p[i] = input[i];
        else p[i] = p[i-1] + input[i];
    }
    // search for the maximum partial sum
    int maxSum = input[0];
    for(int i = 0; i < input.length; i++){
        for(int j = i; j < input.length; j++){
            int sum = (i == j) ? p[j] : p[j] - p[i];
            if(sum > maxSum){
                maxSum = sum;
            }
        }
    }
    return maxSum;
}
```

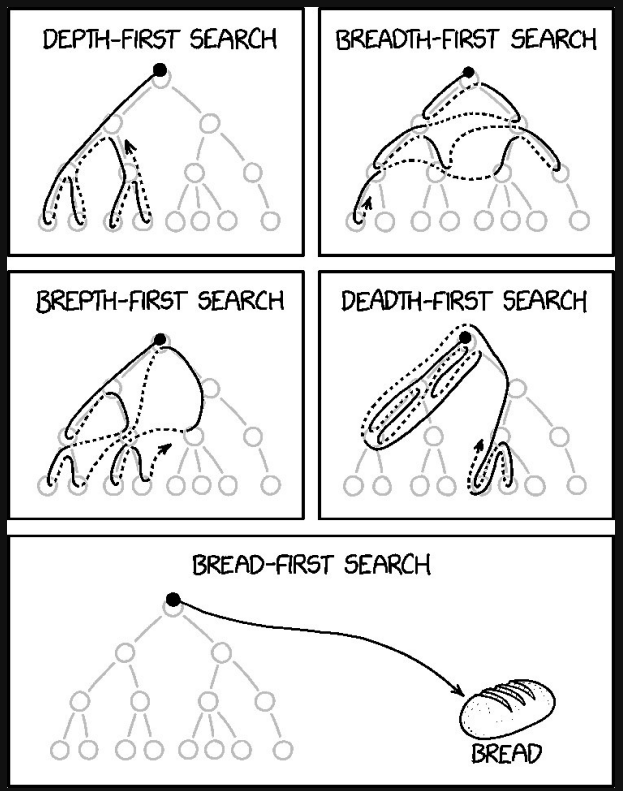
Zeit:

$O(input.length^2)$

Zusätzlicher Speicher:

$O(input.length)$

Datenstrukturen



Array

Konzept

- Speichert Liste von Elementen
- Daten sind Physisch im Speicher nacheinander gespeichert

Vorteile

- Konstante Zeit für Lesen/Schreiben
- Platzsparend

Wichtigste Operationen

- get - Element Lesen
  - $O(1)$
- set - Element Schreiben
  - $O(1)$

Nachteile

- Aufwendig Reihenfolge der Elemente zu verändern
- Fixe Grösse

Datenstrukturen

Linked List

Konzept

- Speichert Liste von Elementen
- Reihenfolge ist nicht durch Physischen Speicherort gegeben
- Jedes Element hat einen Zeiger auf seinen Nachfolger

Wichtigste Operationen

- get - Element Lesen
  - $O(n)$
- set - Element Schreiben
  - $O(n)$
- insert - Element Einfügen
  - $O(n)$

Vorteile

- Flexible Grösse
- Reihenfolge kann einfach verändert werden

Nachteile

- $O(n)$ für Lesen/Schreiben
- Mehr Speicherplatz da jedes Element einen zusätzlichen Zeiger hat.

Datenstrukturen

Stack

Konzept

- Elemente werden oben auf einen Stapel gelegt und von oben wieder weg genommen
- LIFO **L**ast **I**n **F**irst **O**ut

Wichtigste Operationen

- push - Element auf Stapel Legen
  - $O(1)$ (mit Linked List)
- pop - Element von Stapel entfernen
  - $O(1)$ (mit Linked List)
- peek - Oberstes Element anschauen
  - $O(1)$ (mit Linked List)

Queue

Konzept

- Elemente werden hinten in eine Warteschlange getan und vorne wieder rausgenommen.
- FIFO **F**irst **I**n **F**irst **O**ut

Wichtigste Operationen

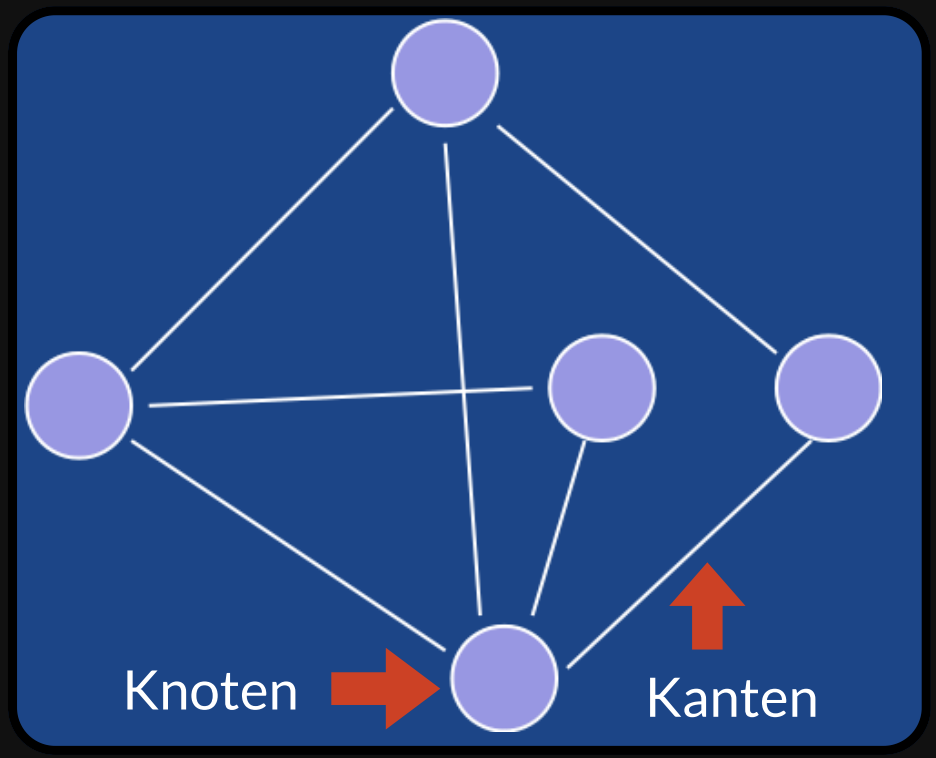
- enqueue - Element hinten in die Warteschlange setzen
  - $O(1)$ (mit Doubly Linked List)
- dequeue - Element vorne von der Warteschlange entfernen
  - $O(1)$ (mit Doubly Linked List)

Anwendungen

- Bei geteilten Ressourcen, z.B. Zeitplanungen für CPU, Festplatte
- Bei asynchronen Datenübertragung, also wenn bei einer Übertragung Daten nicht gleichzeitig bereitgestellt und verarbeitet werden.

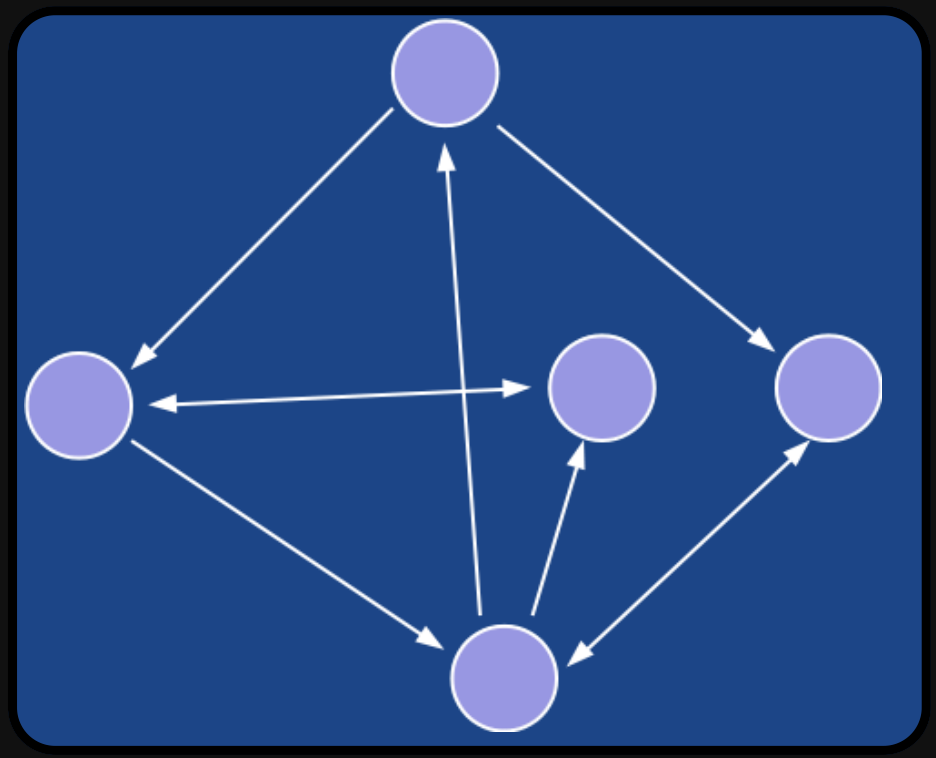
Graph

```
 1 Graph
 2 Gerichteter Graph
 3 Baum
 4 Blätter
 5 Binärbaum
 6 Voller Baum
 7 Vollständiger Baum
 8 Entarteter Baum
 9 Höhe
10 Pfad
```



Graph

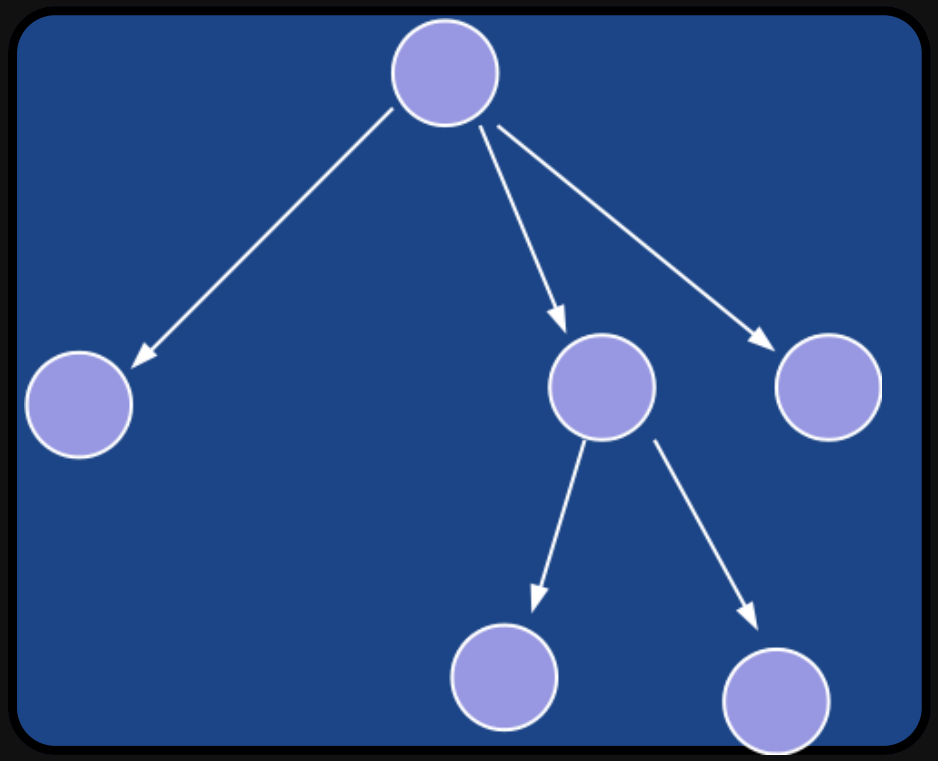
```
 1 Graph
 2 Gerichteter Graph
 3 Baum
 4 Blätter
 5 Binärbaum
 6 Voller Baum
 7 Vollständiger Baum
 8 Entarteter Baum
 9 Höhe
10 Pfad
```



Kanten haben eine Richtung

Graph

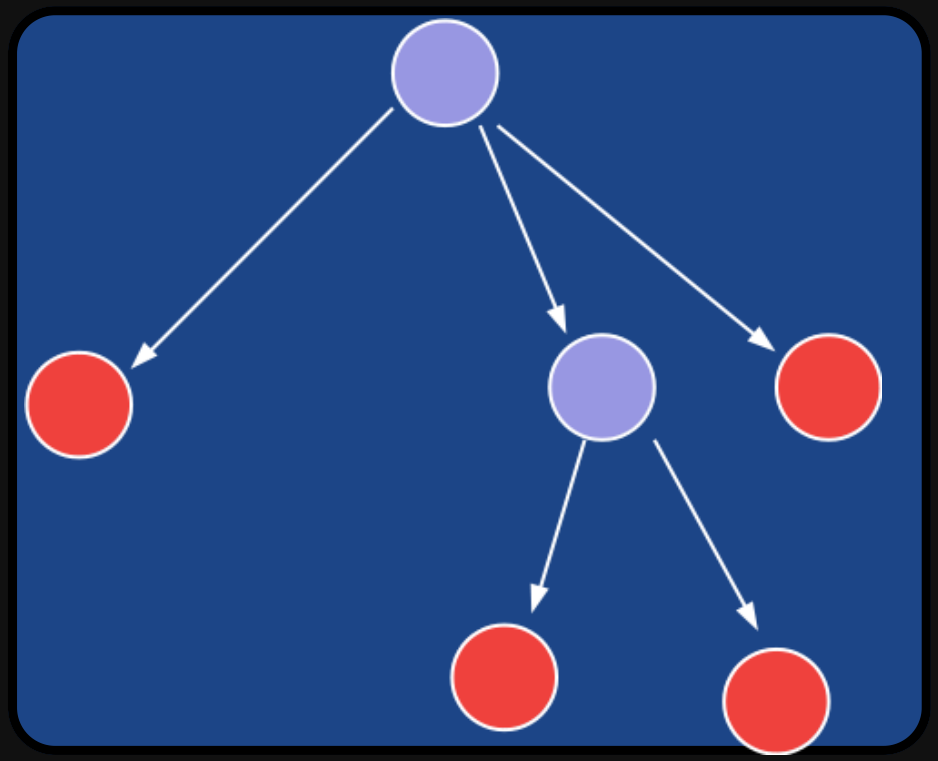
```
 1 Graph
 2 Gerichteter Graph
 3 Baum
 4 Blätter
 5 Binärbaum
 6 Voller Baum
 7 Vollständiger Baum
 8 Entarteter Baum
 9 Höhe
10 Pfad
```



Zusammenhängender, Gerichteter Graph ohne Zyklen

Graph

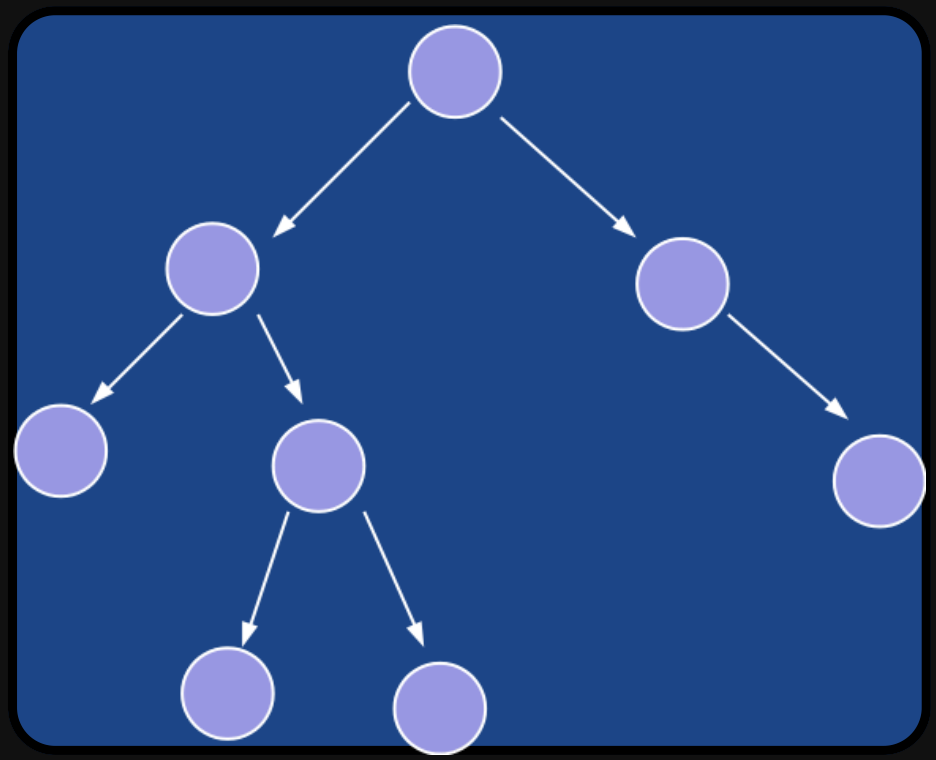
```
 1 Graph
 2 Gerichteter Graph
 3 Baum
 4 Blätter
 5 Binärbaum
 6 Voller Baum
 7 Vollständiger Baum
 8 Entarteter Baum
 9 Höhe
10 Pfad
```



Knoten ohne Kindknoten

Graph

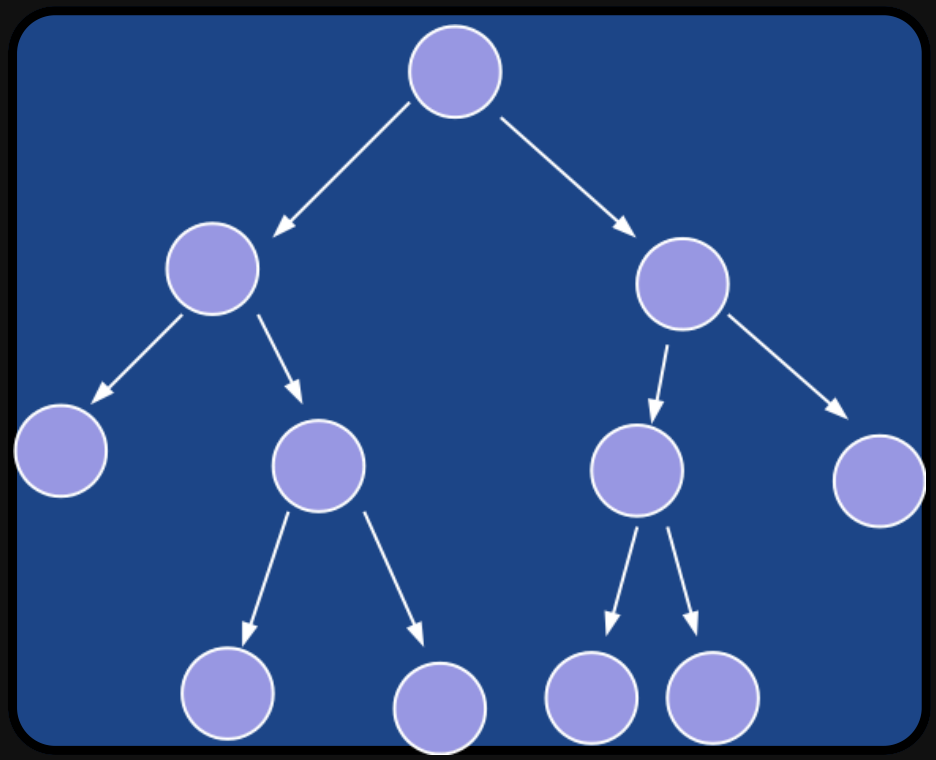
```
 1 Graph
 2 Gerichteter Graph
 3 Baum
 4 Blätter
 5 Binärbaum
 6 Voller Baum
 7 Vollständiger Baum
 8 Entarteter Baum
 9 Höhe
10 Pfad
```



jeder Knoten besitzt *höchstens* zwei Kindknoten, die Reihenfolge der Kindknoten ist relevant.

Graph

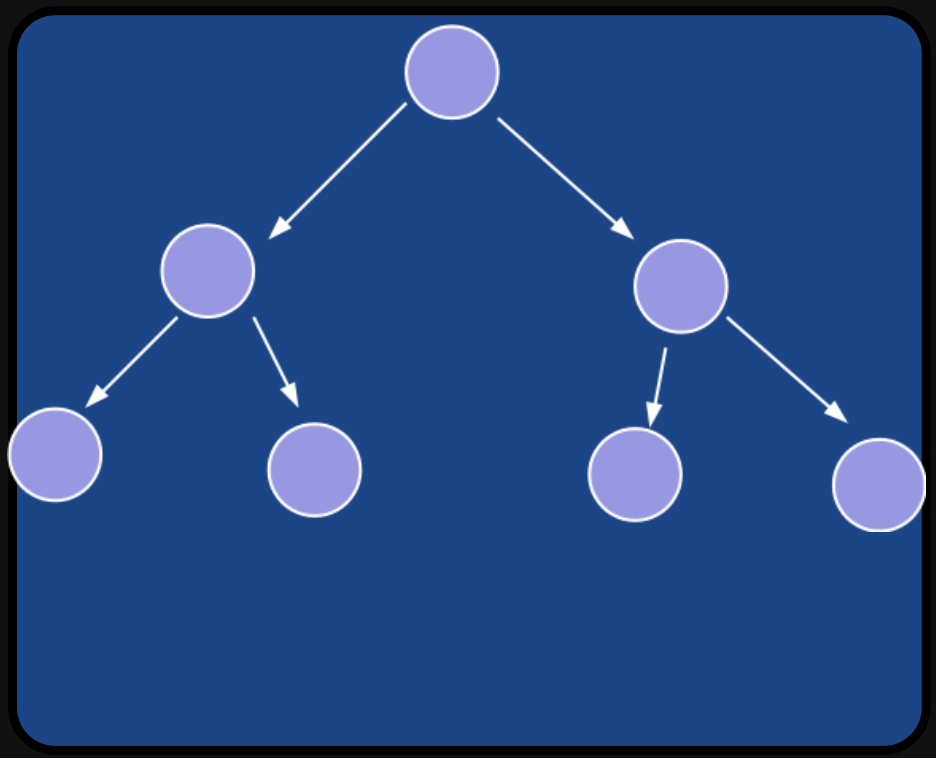
```
 1 Graph
 2 Gerichteter Graph
 3 Baum
 4 Blätter
 5 Binärbaum
 6 Voller Baum
 7 Vollständiger Baum
 8 Entarteter Baum
 9 Höhe
10 Pfad
```



jeder Knoten besitzt entweder zwei oder keine Kinder

Graph

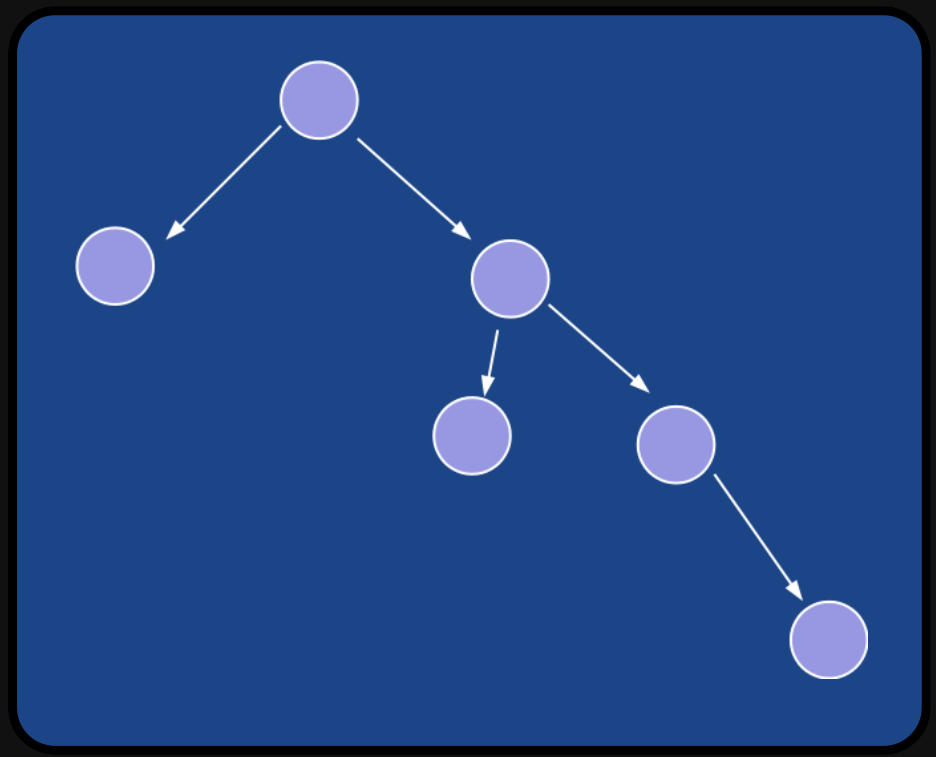
```
 1 Graph
 2 Gerichteter Graph
 3 Baum
 4 Blätter
 5 Binärbaum
 6 Voller Baum
 7 Vollständiger Baum
 8 Entarteter Baum
 9 Höhe
10 Pfad
```



Alle Blätter haben die selbe Tiefe

Graph

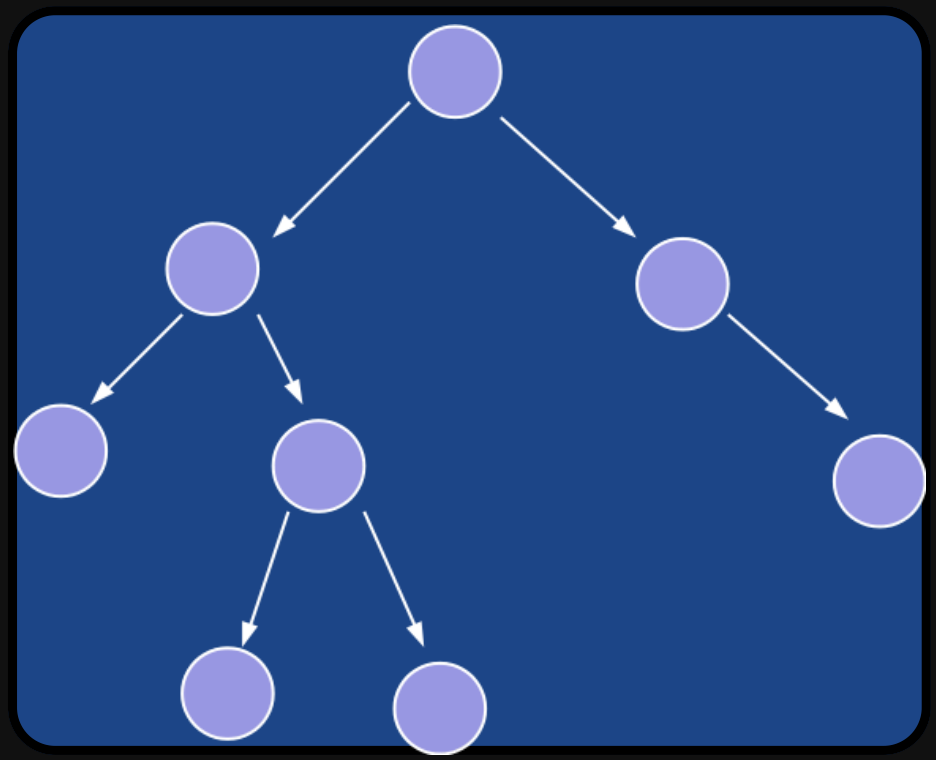
```
 1 Graph
 2 Gerichteter Graph
 3 Baum
 4 Blätter
 5 Binärbaum
 6 Voller Baum
 7 Vollständiger Baum
 8 Entarteter Baum
 9 Höhe
10 Pfad
```



Ungleich verteilter Baum

Graph

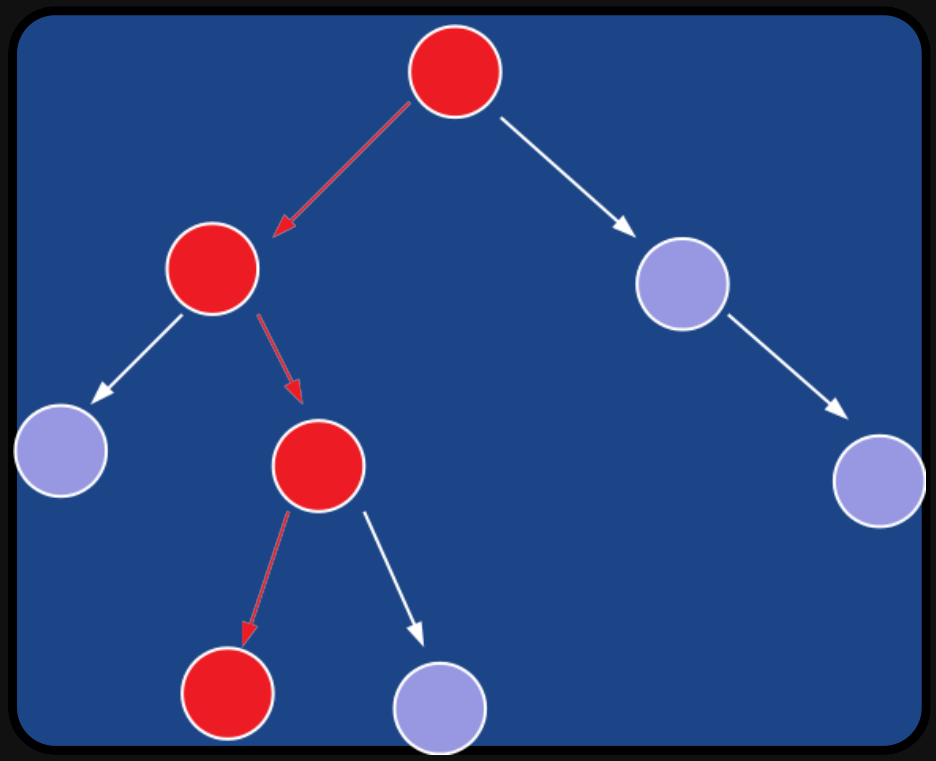
```
 1 Graph
 2 Gerichteter Graph
 3 Baum
 4 Blätter
 5 Binärbaum
 6 Voller Baum
 7 Vollständiger Baum
 8 Entarteter Baum
 9 Höhe
10 Pfad
```



Anzahl “Levels” ohne Wurzel
→ hier: 3

Graph

```
 1 Graph
 2 Gerichteter Graph
 3 Baum
 4 Blätter
 5 Binärbaum
 6 Voller Baum
 7 Vollständiger Baum
 8 Entarteter Baum
 9 Höhe
10 Pfad
```



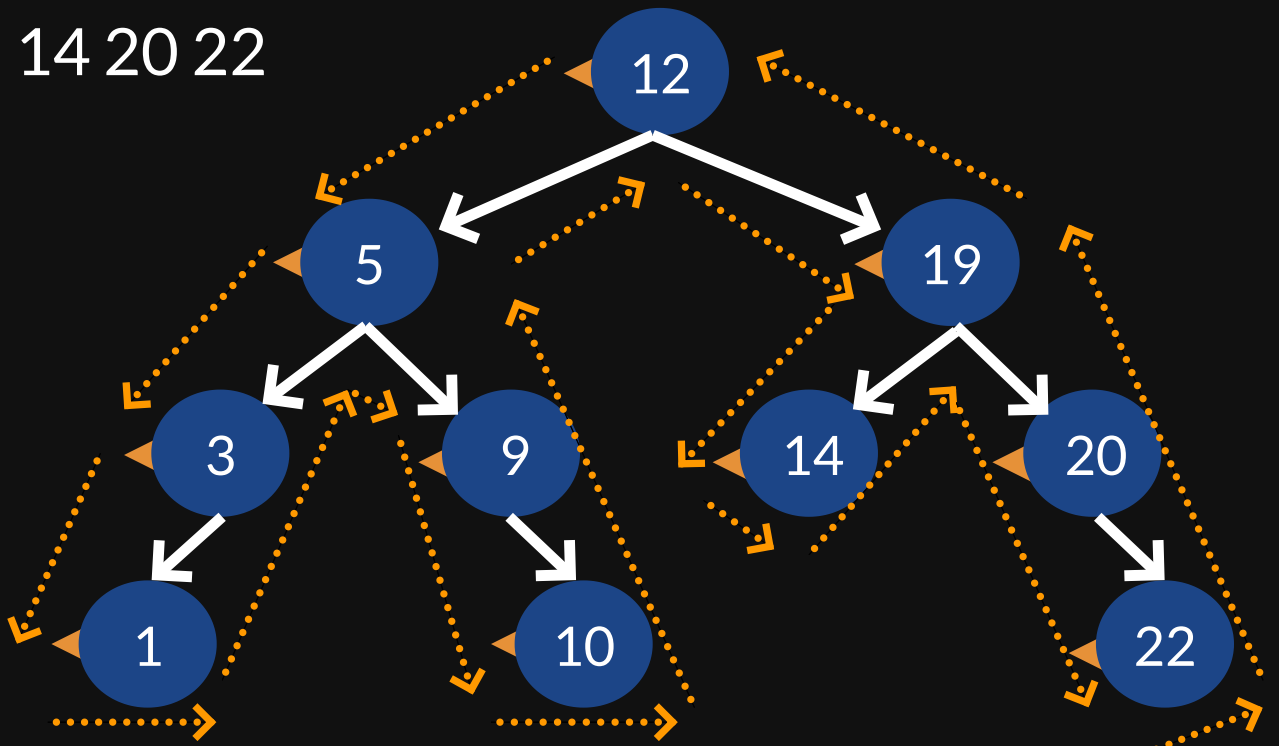
Weg durch Graph (Nur in Pfeilrichtung)

Datenstrukturen

Pre-Order Traversierung

```
1 Gib den Wert vom Knoten aus
2 Gib den linken Teilbaum in Pre-Order aus
3 Gib den rechten Teilbaum in Pre-Order aus
```

12 5 3 1 9 10 19 14 20 22

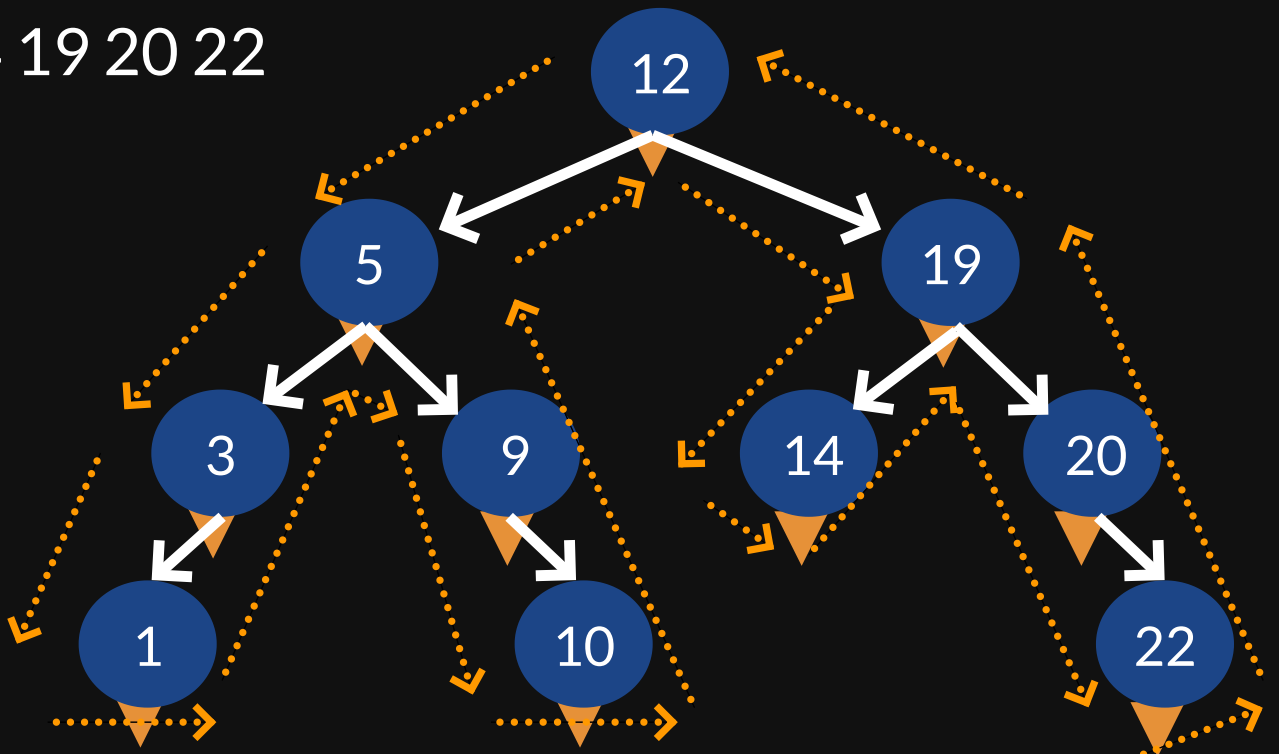


Datenstrukturen

In-Order Traversierung

```
1 Gib den linken Teilbaum in In-Order aus
2 Gib den Wert vom Knoten aus
3 Gib den rechten Teilbaum in In-Order aus
```

1 3 5 9 10 12 14 19 20 22

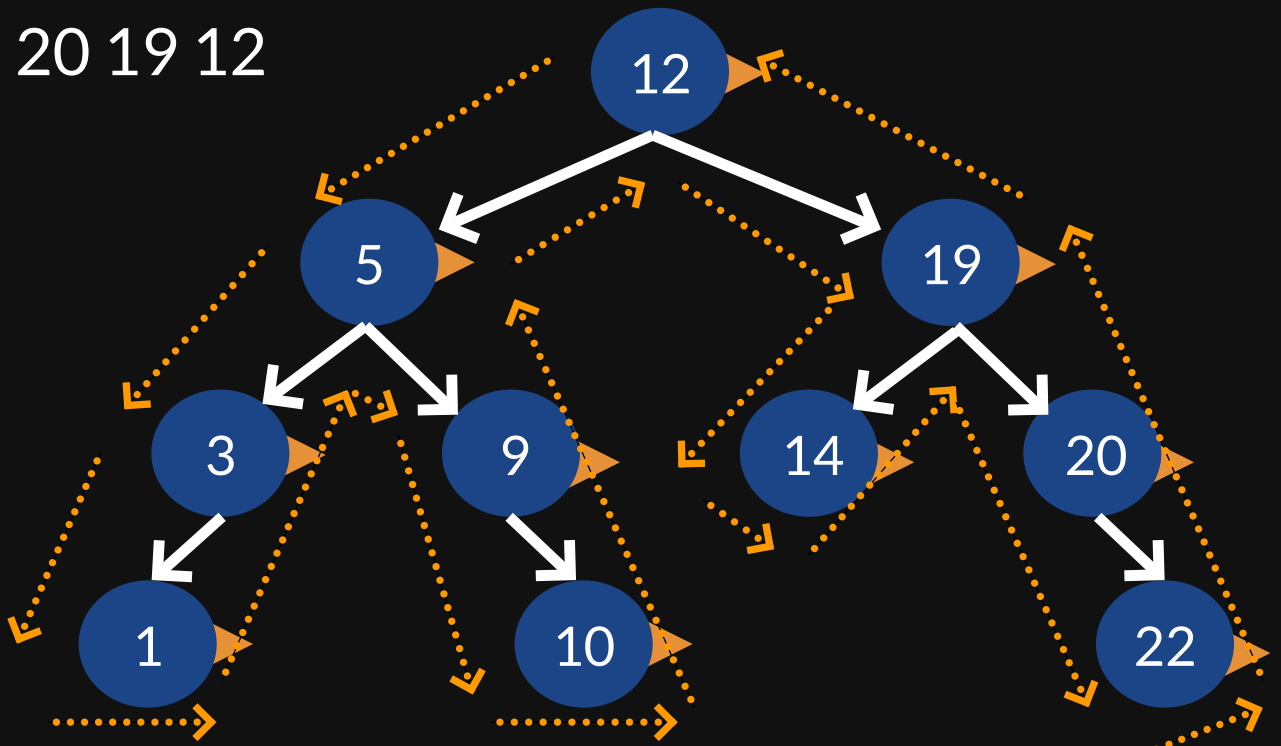


Datenstrukturen

Post-Order Traversierung

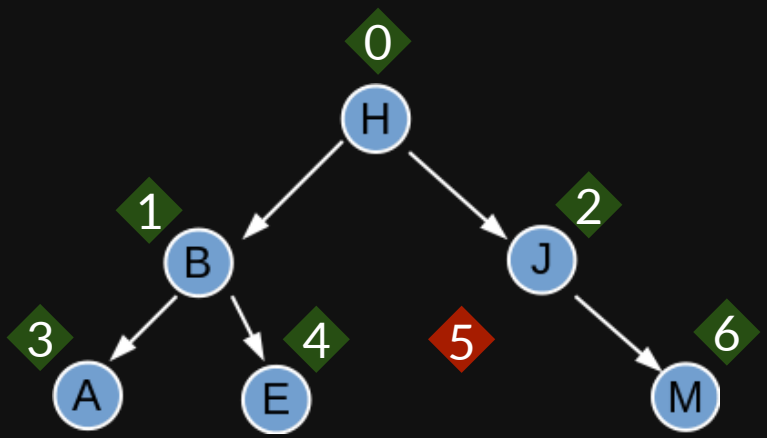
```
1 Gib den linken Teilbaum in Post-Order aus
2 Gib den rechten Teilbaum in Post-Order aus
3 Gib den Wert vom Knoten aus
```

1 3 10 9 5 14 22 20 19 12



Binärbäume

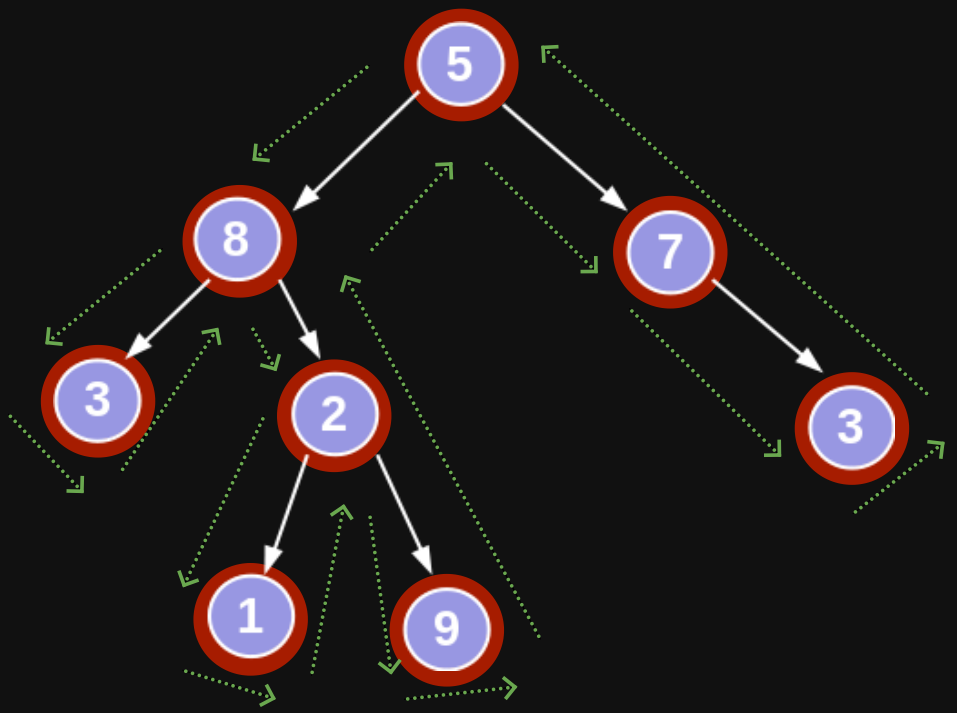
- Binärbäume kann man in einem Array abspeichern
- Man muss ein Symbol für leere Knoten abmachen, z.B. `''`
- Mit den folgenden Formeln kann man den Baum traversieren:
  - `left child:  2*i+1`
  - `right child: 2*i+2`
  - `parent: ⌊(i-1)/2⌋`




```
[ 'H', 'B' , 'J' , 'A' , 'E' , ' ' , 'M']
  0     1      2     3     4     5     6
```

Binärbäume

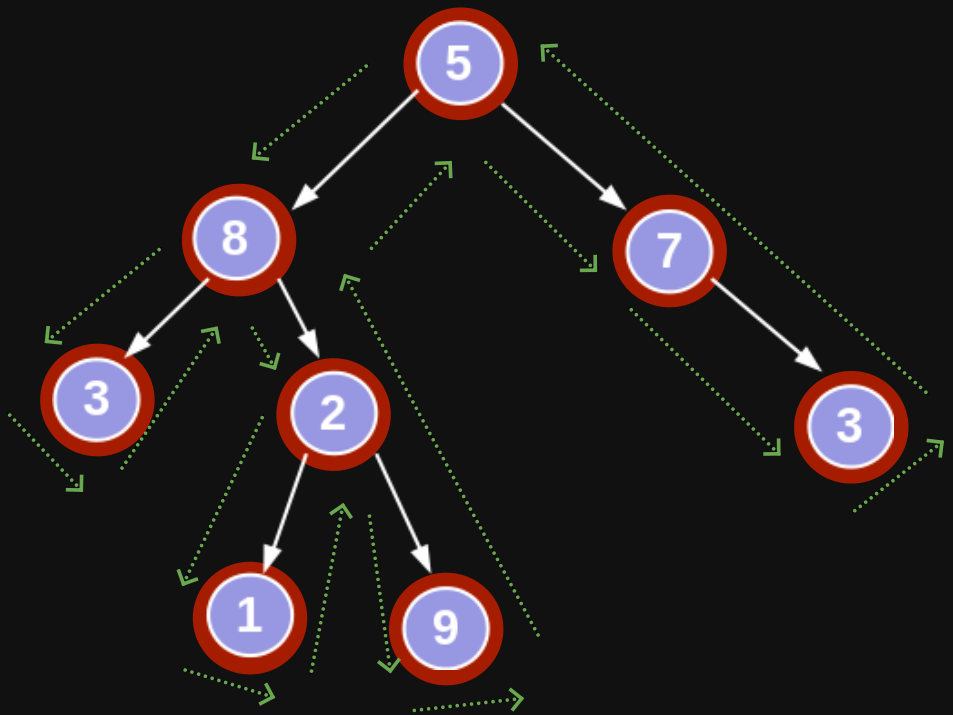
```
Indent = 0

Indent = 1

Indent = 2

Indent = 3
```




```
5
  8
    3
    2
      1
      9
  7
    3
```

Datenstrukturen

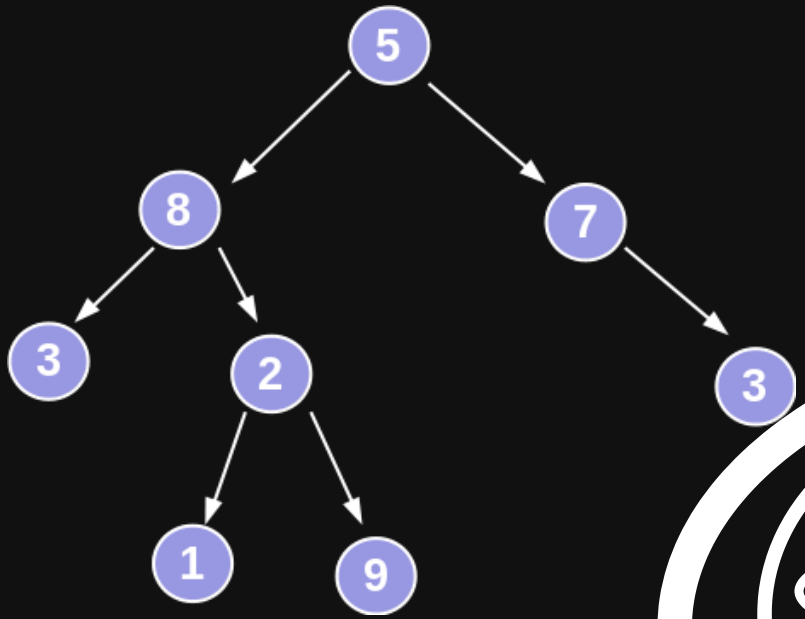
Binärbäume

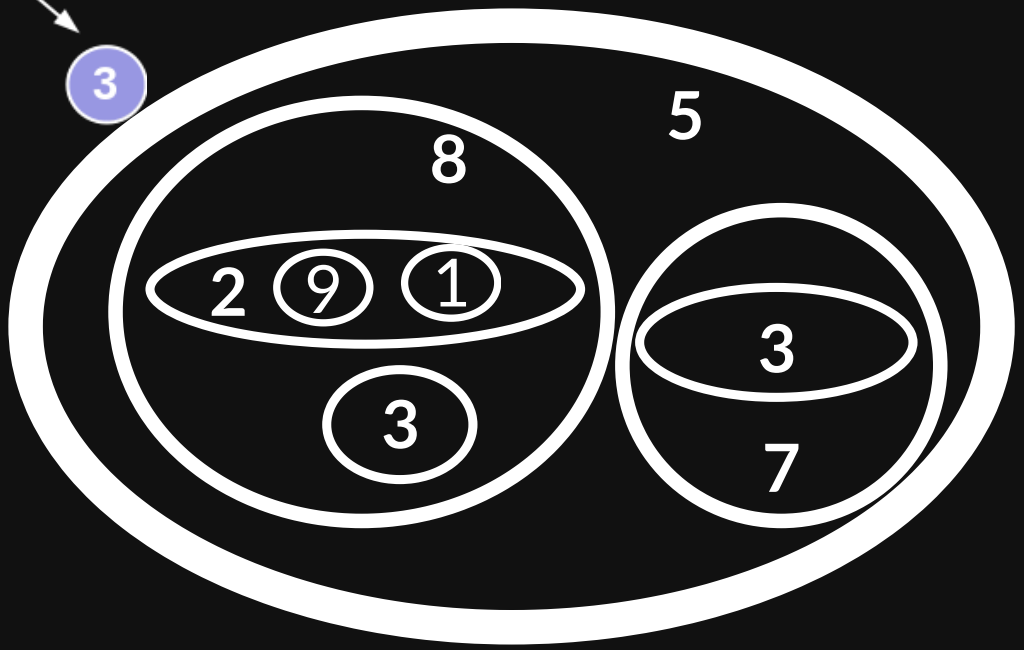



```
5(8(3,2(1,9)),7(3))
```

Datenstrukturen

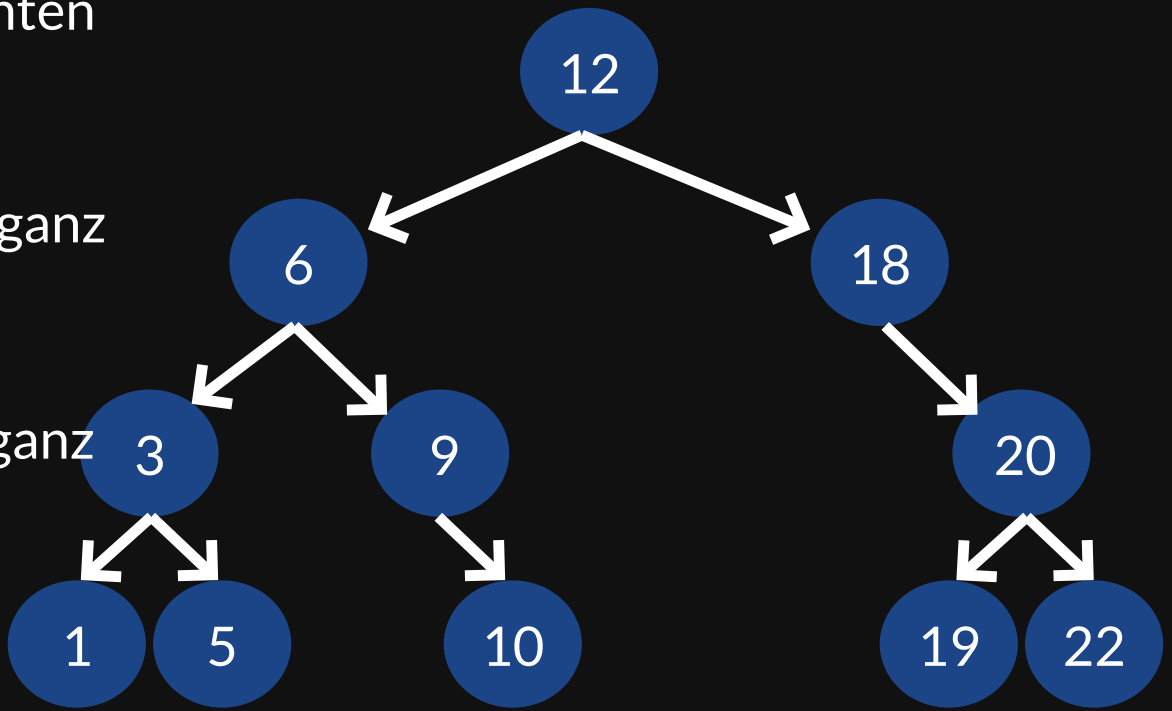
Binärbäume





Binäre Suchbäume

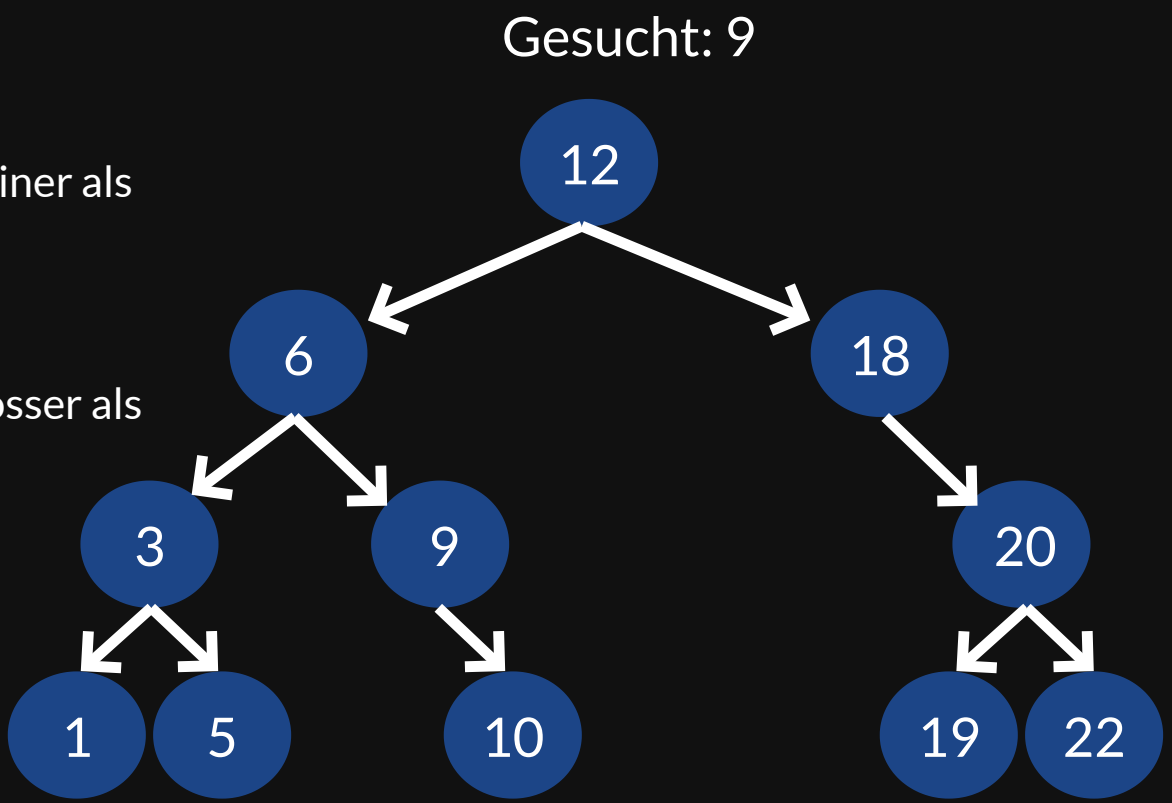
- Alle Elemente im linken Ast sind kleiner
- Alle Elemente im rechten Ast sind grösser
- $\rightarrow$ kleinstes Element ganz links
- $\rightarrow$ grösstes Element ganz rechts



Binäre Suchbäume

Element Finden

- Falls der Knoten das gesuchte Element ist:
  → gefunden!
- Falls der gesuchte Wert kleiner als der Knoten ist:
  → Links weitersuchen
- Falls der gesuchte Wert grösser als der Knoten ist:
  → Rechts weitersuchen



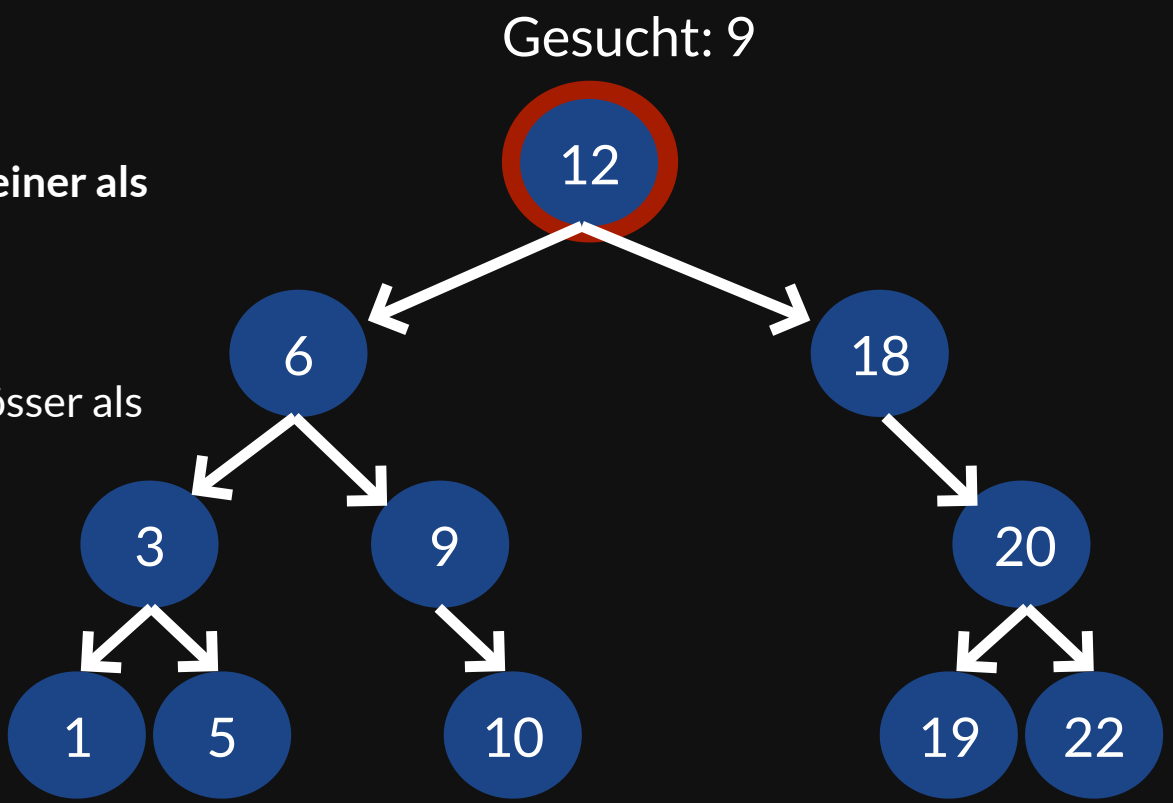
Binäre Suchbäume

Element Finden

- Falls der Knoten das gesuchte Element ist:
  → gefunden!

- **Falls der gesuchte Wert kleiner als der Knoten ist:**
  → Links weitersuchen

- Falls der gesuchte Wert grösser als der Knoten ist:
  → Rechts weitersuchen



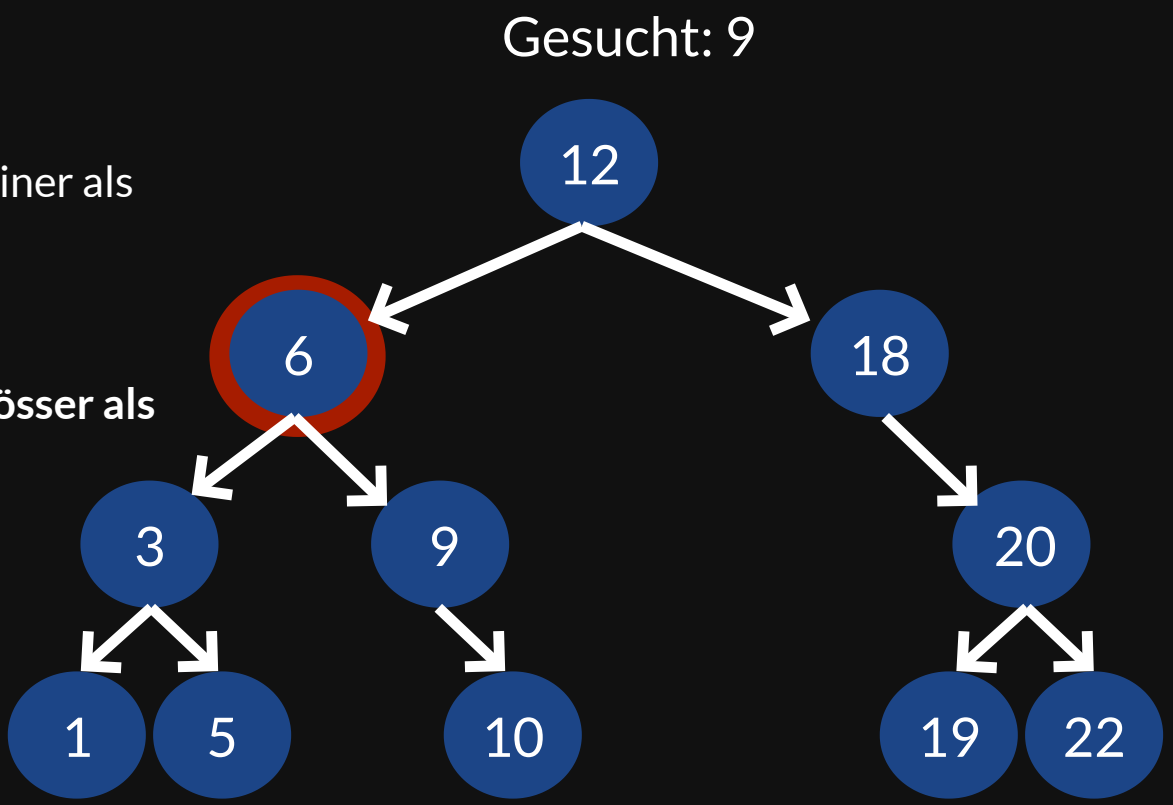
Binäre Suchbäume

Element Finden

- Falls der Knoten das gesuchte Element ist:
  → gefunden!

- Falls der gesuchte Wert kleiner als der Knoten ist:
  → Links weitersuchen

- **Falls der gesuchte Wert grösser als der Knoten ist:**
  → Rechts weitersuchen



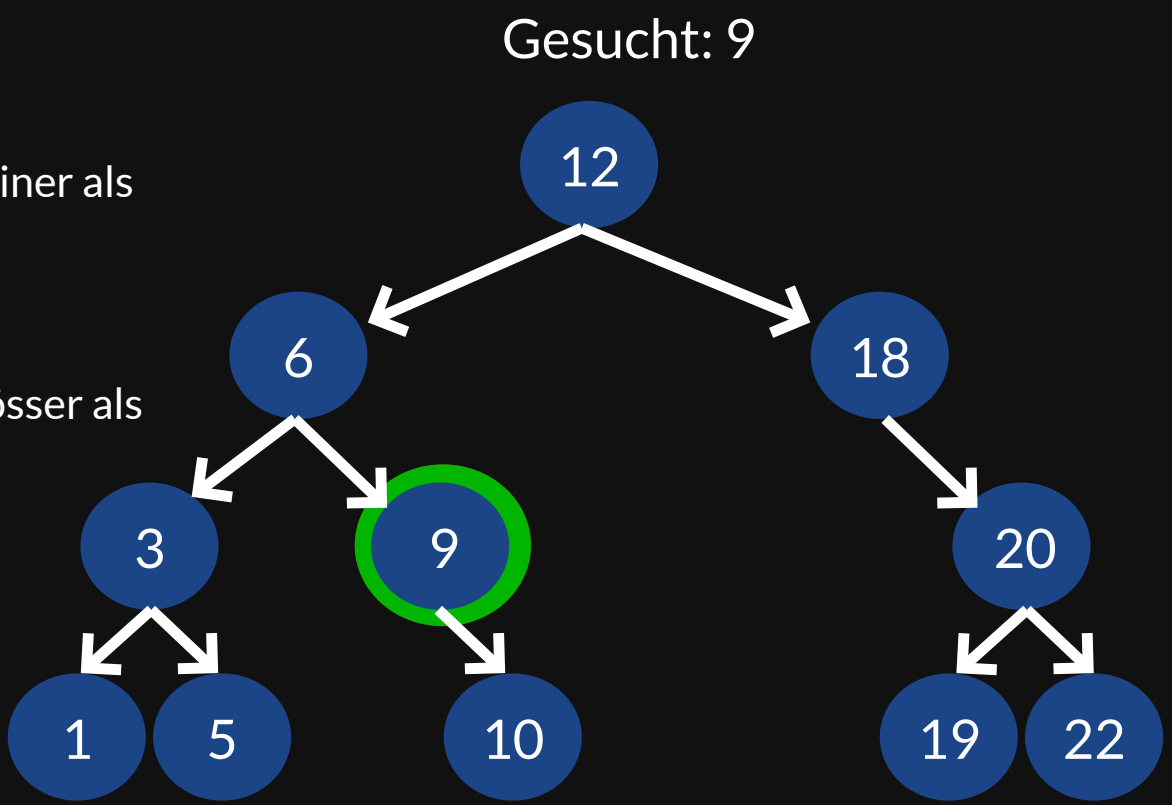
Binäre Suchbäume

Element Finden

- **Falls der Knoten das gesuchte Element ist:**
  → gefunden!

- Falls der gesuchte Wert kleiner als der Knoten ist:
  → Links weitersuchen

- Falls der gesuchte Wert grösser als der Knoten ist:
  → Rechts weitersuchen



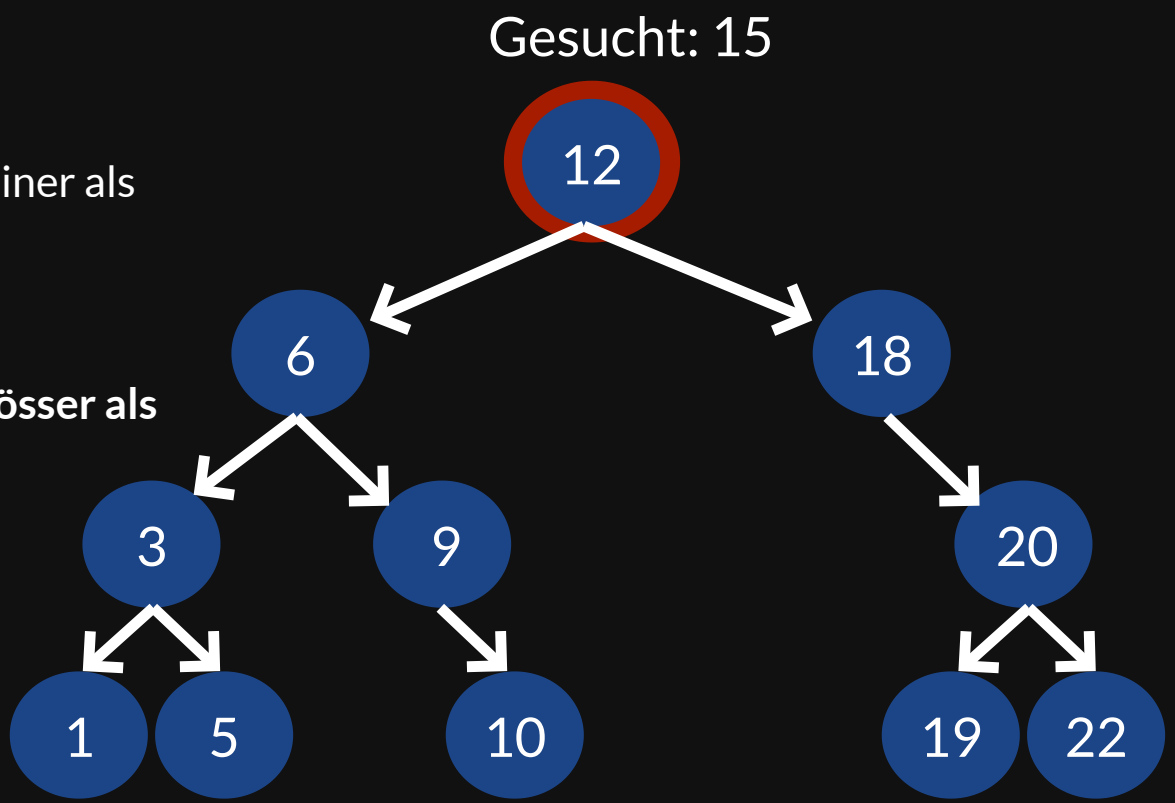
Binäre Suchbäume

Element Finden

- Falls der Knoten das gesuchte Element ist:
  → gefunden!

- Falls der gesuchte Wert kleiner als der Knoten ist:
  → Links weitersuchen

- **Falls der gesuchte Wert grösser als der Knoten ist:**
  → Rechts weitersuchen



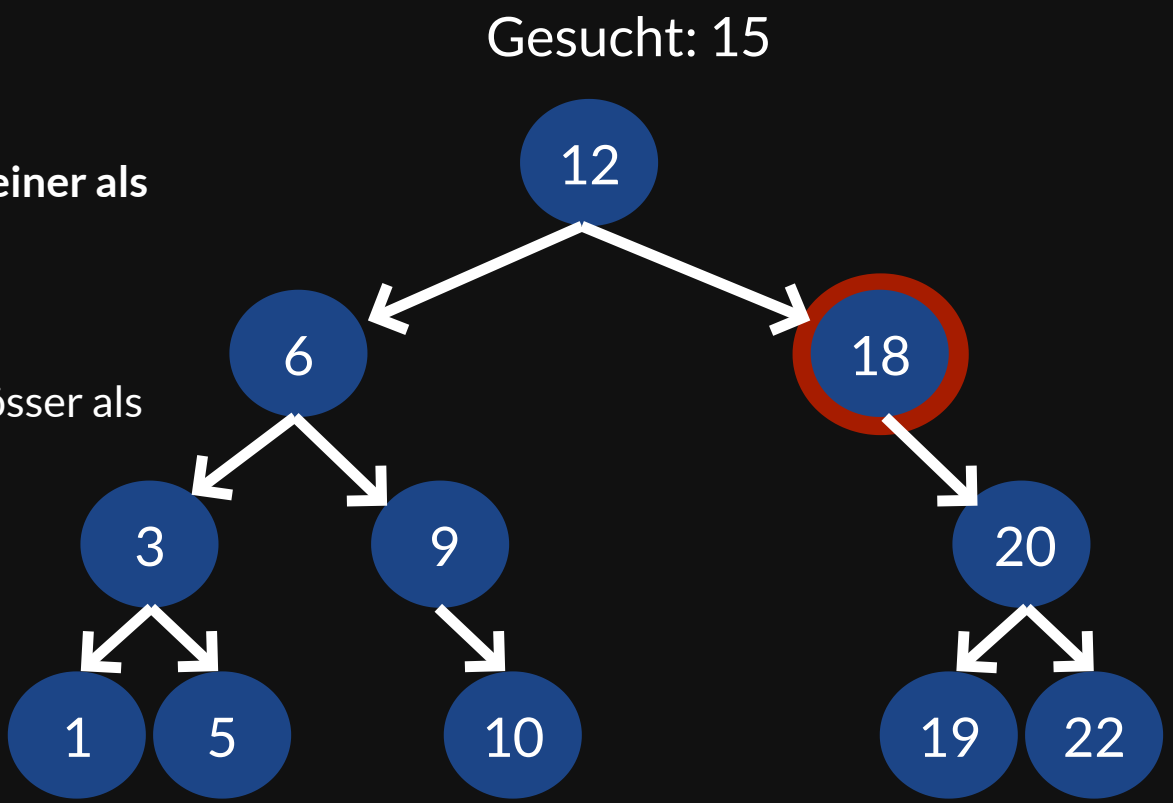
Binäre Suchbäume

Element Finden

- Falls der Knoten das gesuchte Element ist:
  → gefunden!

- **Falls der gesuchte Wert kleiner als der Knoten ist:**
  → Links weitersuchen

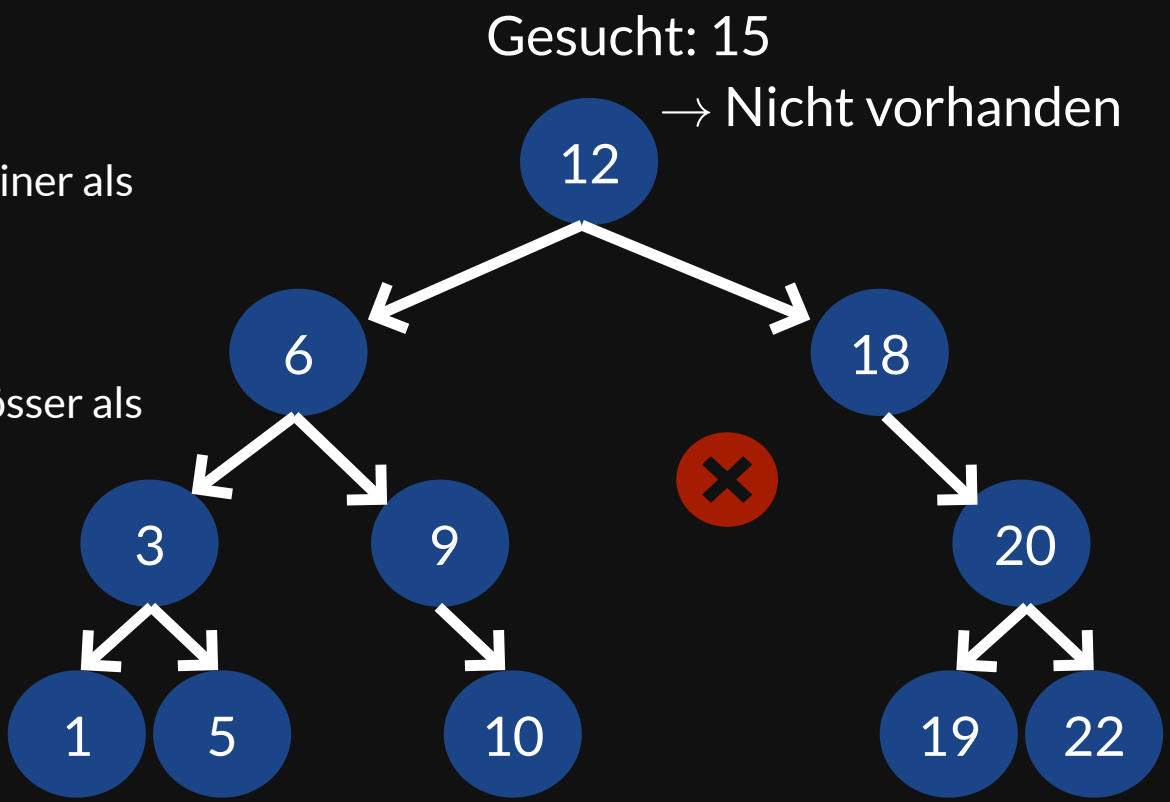
- Falls der gesuchte Wert grösser als der Knoten ist:
  → Rechts weitersuchen



Binäre Suchbäume

Element Finden

- Falls der Knoten das gesuchte Element ist:
  → gefunden!
- Falls der gesuchte Wert kleiner als der Knoten ist:
  → Links weitersuchen
- Falls der gesuchte Wert grösser als der Knoten ist:
  → Rechts weitersuchen



Datenstrukturen

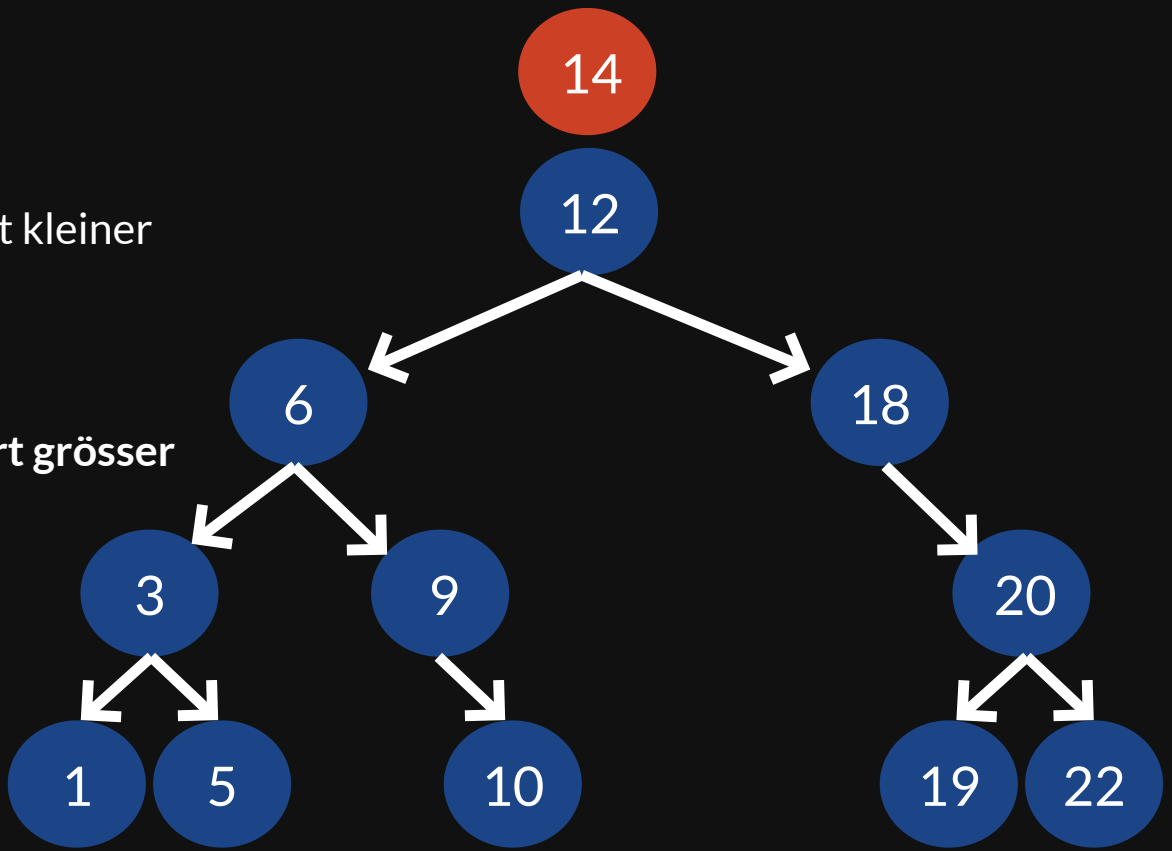
Binäre Suchbäume

Element Einfügen

- Falls der Knoten leer ist
  → fertig!

- Falls der einzufügende Wert kleiner als der Knoten ist:
  → Links einfügen

- **Falls der einzufügende Wert grösser als der Knoten ist:**
  → Rechts einfügen



Datenstrukturen

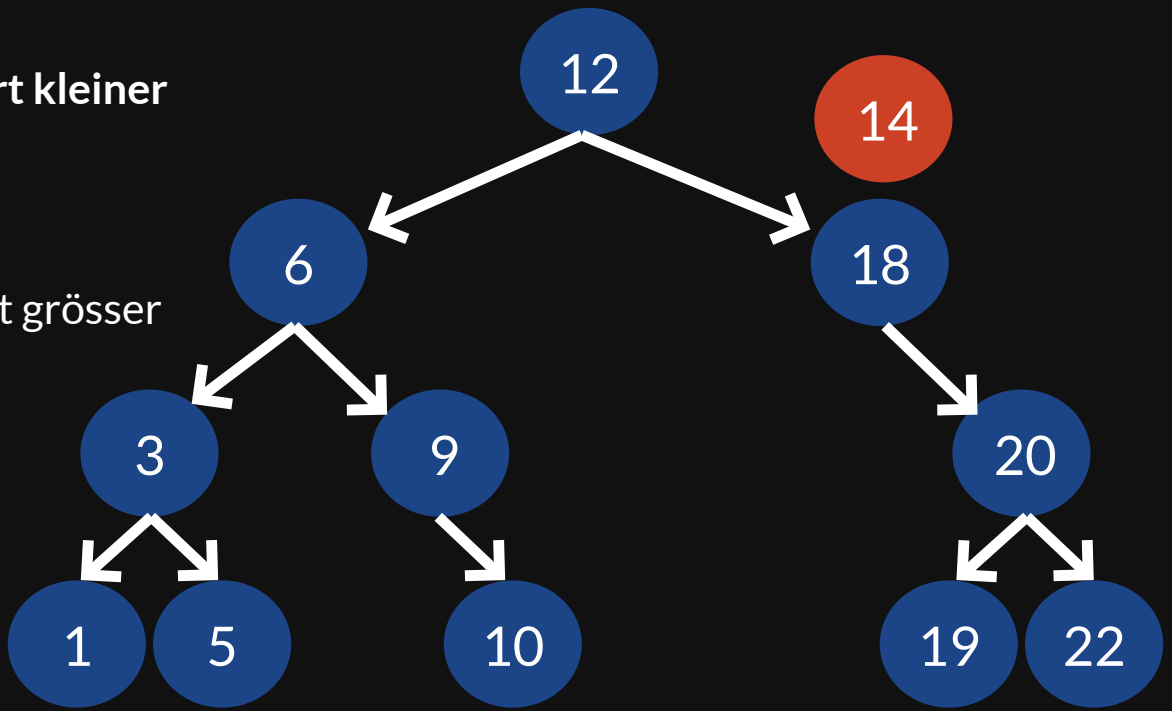
Binäre Suchbäume

Element Einfügen

- Falls der Knoten leer ist
  → fertig!

- **Falls der einzufügende Wert kleiner als der Knoten ist:**
  → Links einfügen

- Falls der einzufügende Wert grösser als der Knoten ist:
  → Rechts einfügen



Datenstrukturen

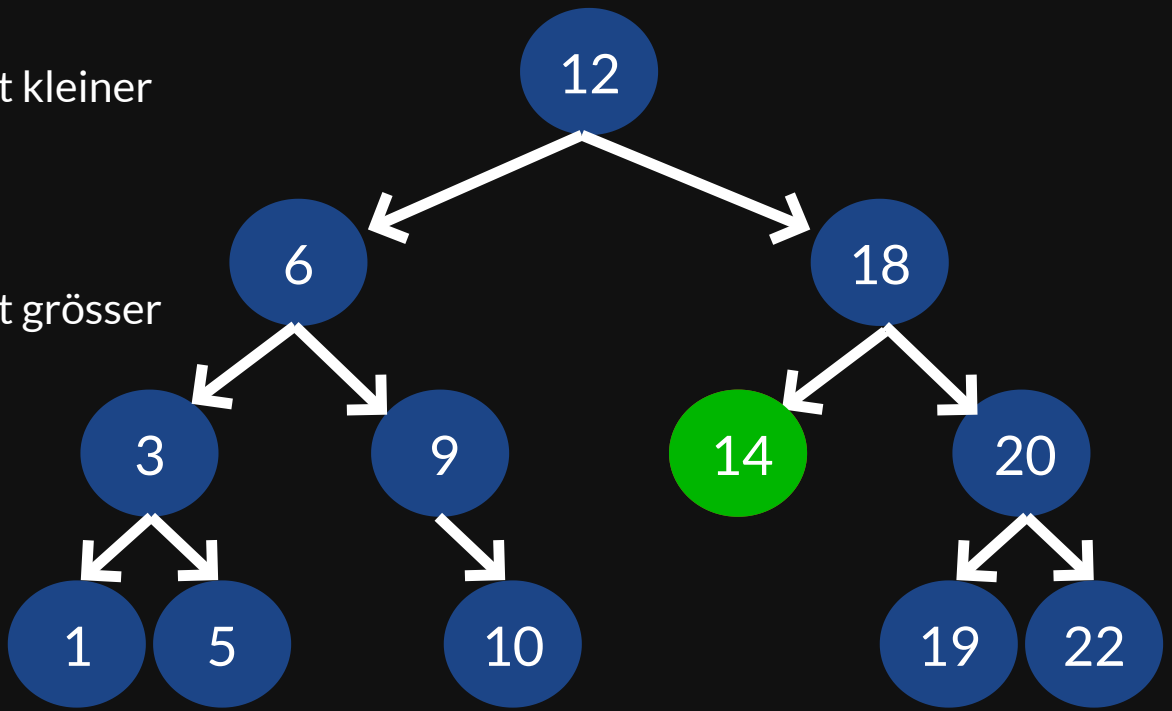
Binäre Suchbäume

Element Einfügen

- **Falls der Knoten leer ist**
  $\rightarrow$ **fertig!**

- Falls der einzufügende Wert kleiner als der Knoten ist:
  $\rightarrow$ Links einfügen

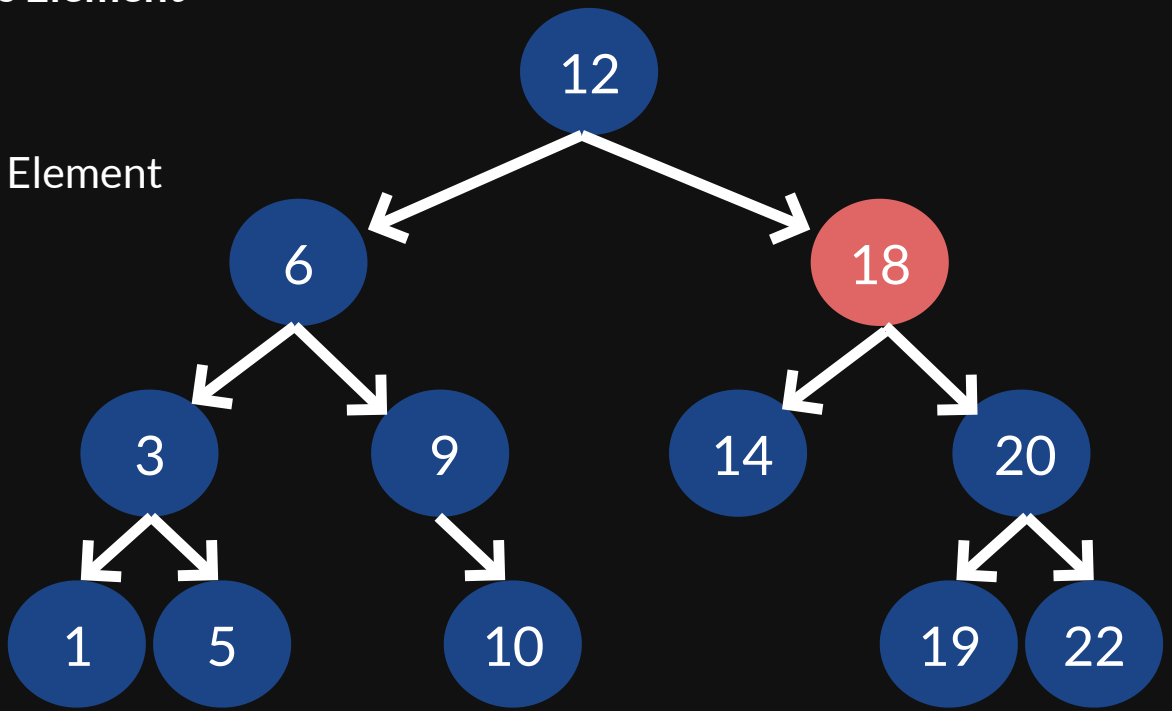
- Falls der einzufügende Wert grösser als der Knoten ist:
  $\rightarrow$ Rechts einfügen



Binäre Suchbäume

Element Entfernen

- **Methode 1:**
  - **Ersetzen durch kleinstes Element im rechten Teilbaum**
- Methode 2:
  - Ersetzen durch grösstes Element im linken Teilbaum

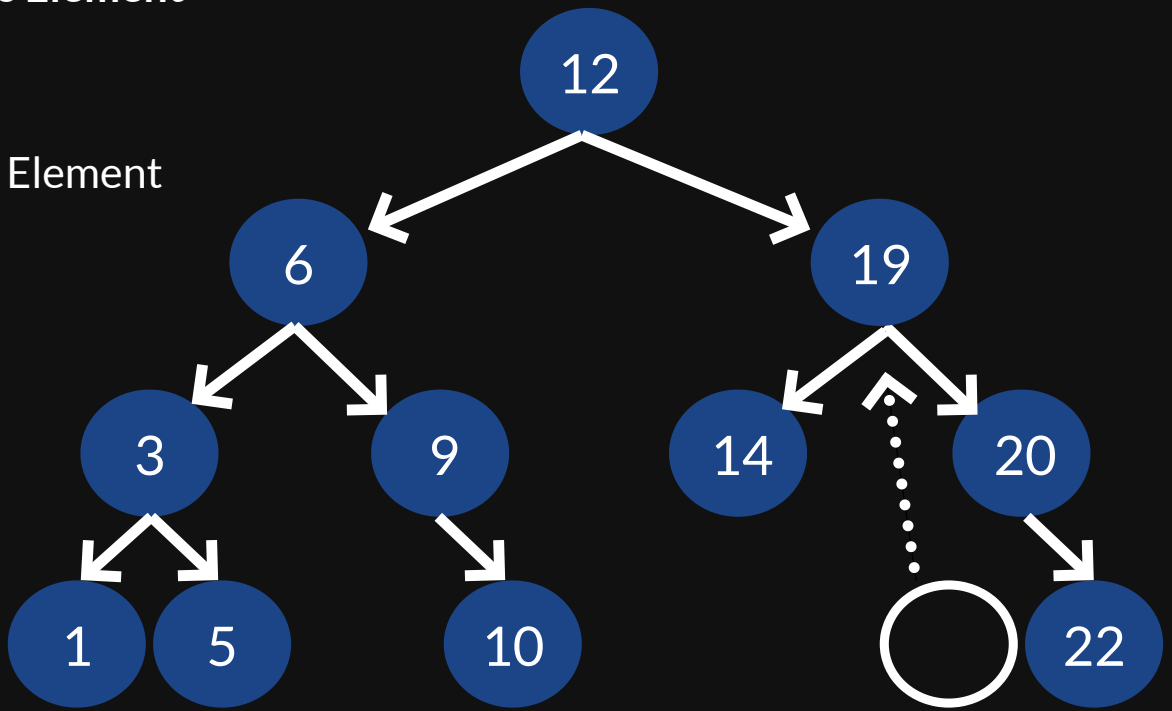


Datenstrukturen

Binäre Suchbäume

Element Entfernen

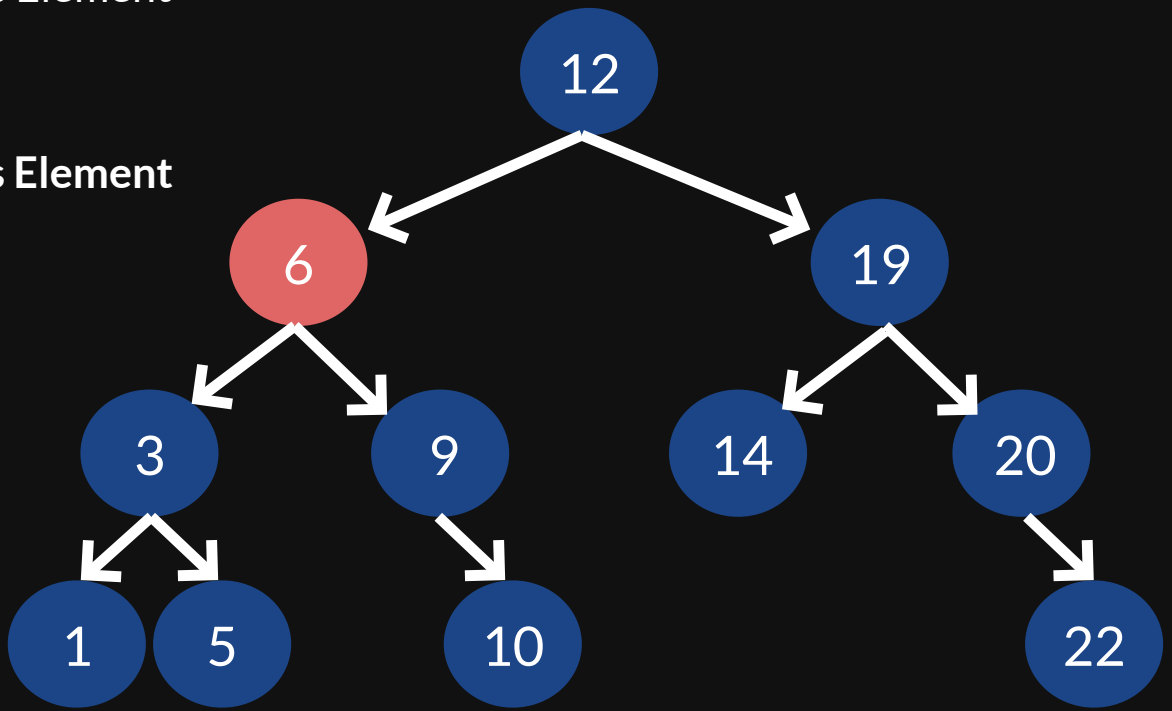
- **Methode 1:**
  - **Ersetzen durch kleinstes Element im rechten Teilbaum**
- Methode 2:
  - Ersetzen durch grösstes Element im linken Teilbaum



Binäre Suchbäume

Element Entfernen

- Methode 1:
  - Ersetzen durch kleinstes Element im rechten Teilbaum
- **Methode 2:**
  - **Ersetzen durch grösstes Element im linken Teilbaum**

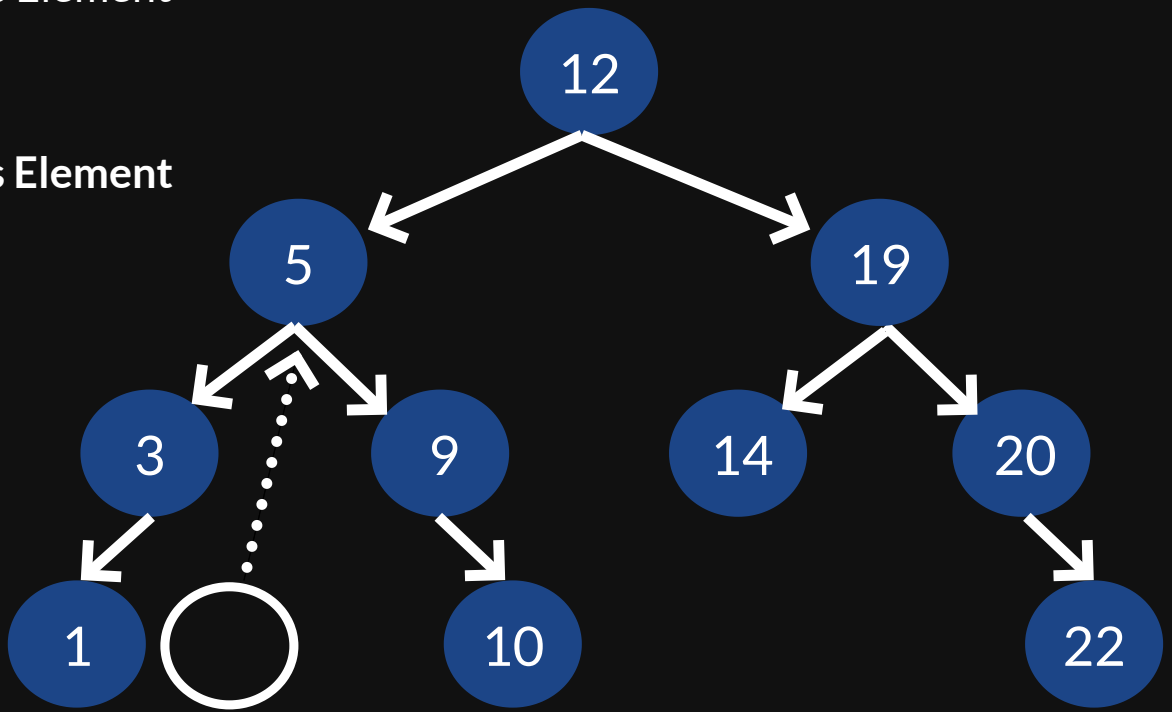


Datenstrukturen

Binäre Suchbäume

Element Entfernen

- Methode 1:
  - Ersetzen durch kleinstes Element im rechten Teilbaum
- **Methode 2:**
  - **Ersetzen durch grösstes Element im linken Teilbaum**



Binäre Suchbäume

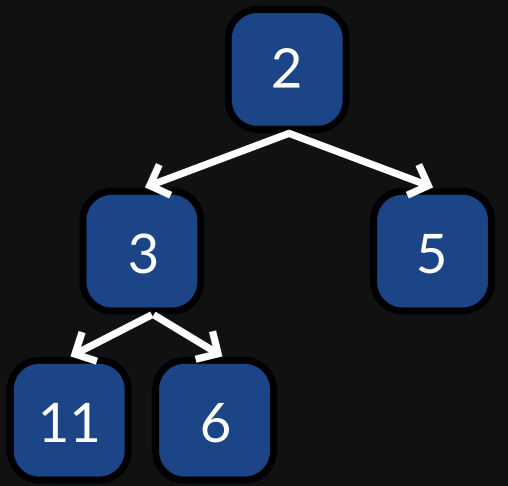
Laufzeiten

- Die Laufzeit der Operationen ist abhängig von der Höhe vom Baum.
- Falls der Baum entartet ist, ist die Höhe grösser und somit die Laufzeit schlechter.
- Die Operationen "Element Finden", "Element Einfügen" und "Element Löschen" haben alle die selbe Laufzeit:
  - Best&Average case: $O(log(n))$
  - Worst case: $O(n)$

Heaps

- Um dem Problem von entarteten Binären Suchbäumen entgegenzuwirken benutzen wir Heaps.

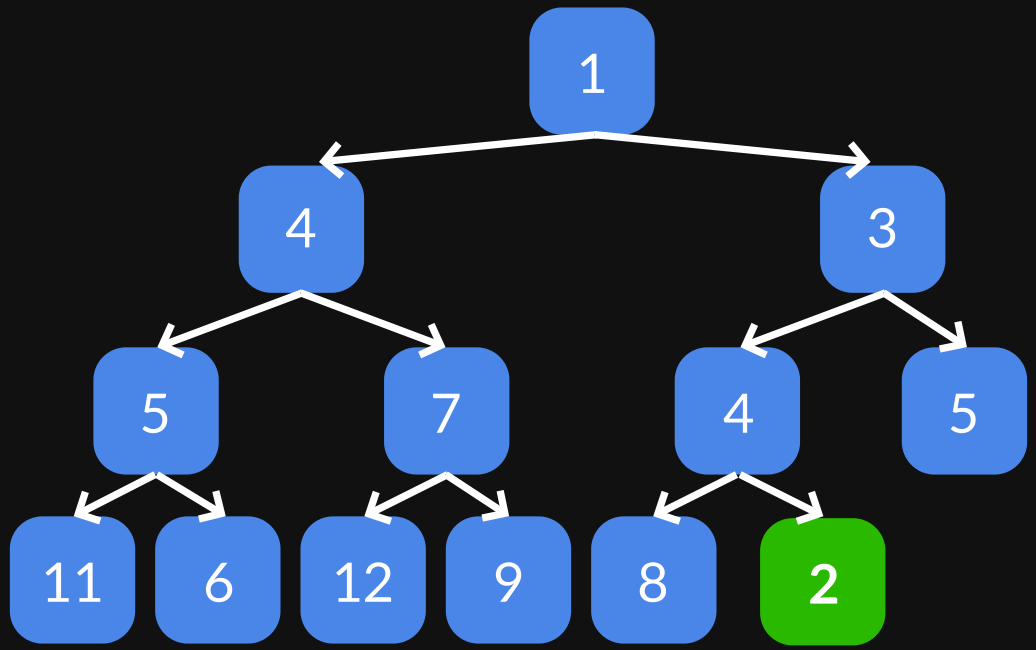
- Ein Heap ist ein Binärbaum mit den folgenden Eigenschaften:
  1. Alle bis auf die letzte Ebene sind vollständig besetzt
  2. Die letzte Ebene wird von rechts nach links aufgefüllt
  3. Die Elemente sind geordnet:
     - Max-Heap: Alle Kinder sind kleiner als die Wurzel
     - Min-Heap: Alle Kinder sind grösser als die Wurzel



Heaps

Element Einfügen

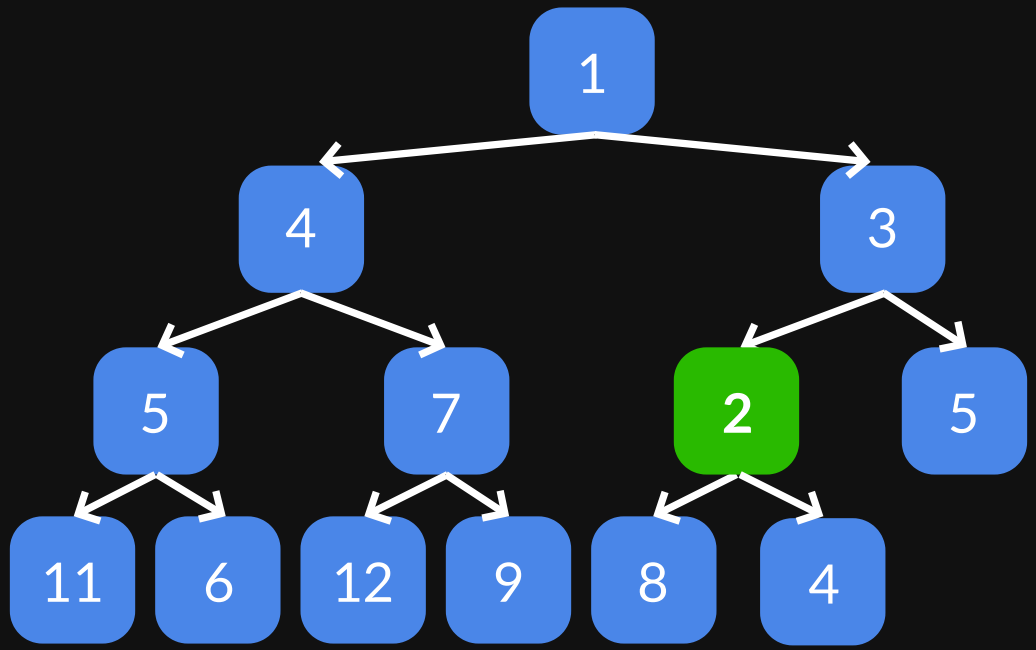
- Um ein Element einzufügen, fügt man es in der Untersten Ebene beim ersten freien Platz ein.
- Dies könnte in einem ungültigen Heap resultieren
- Deshalb wird das Element so lange mit seinem Vorgänger getauscht, bis es grösser als sein Vorgänger ist.



Heaps

Element Einfügen

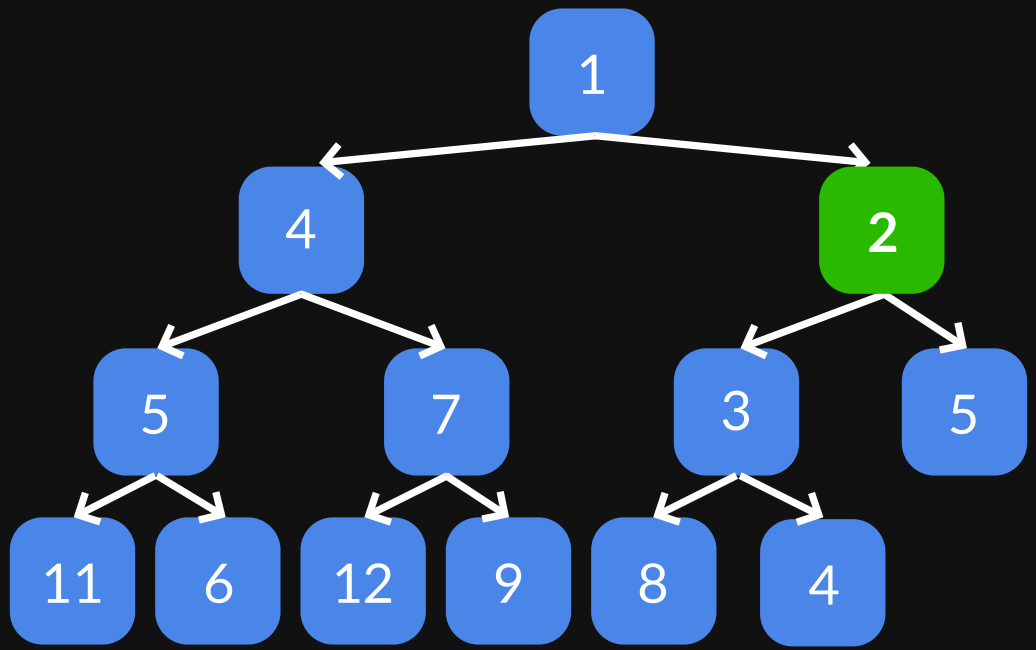
- Um ein Element einzufügen, fügt man es in der Untersten Ebene beim ersten freien Platz ein.
- Dies könnte in einem ungültigen Heap resultieren
- Deshalb wird das Element so lange mit seinem Vorgänger getauscht, bis es grösser als sein Vorgänger ist.



Heaps

Element Einfügen

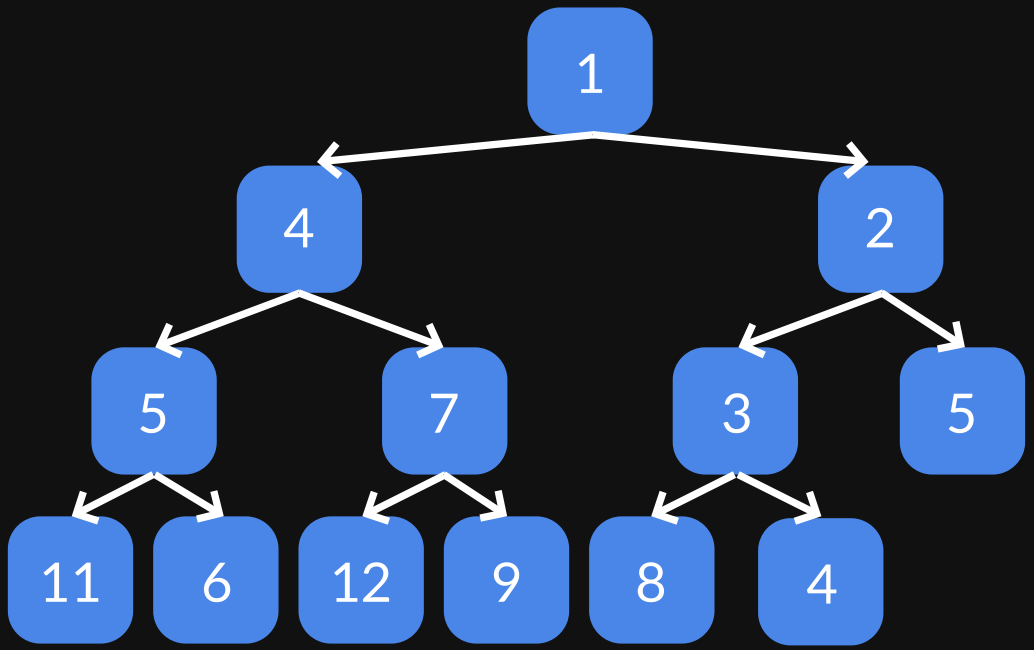
- Um ein Element einzufügen, fügt man es in der Untersten Ebene beim ersten freien Platz ein.
- Dies könnte in einem ungültigen Heap resultieren
- Deshalb wird das Element so lange mit seinem Vorgänger getauscht, bis es grösser als sein Vorgänger ist.



Heaps

Wurzel Entfernen

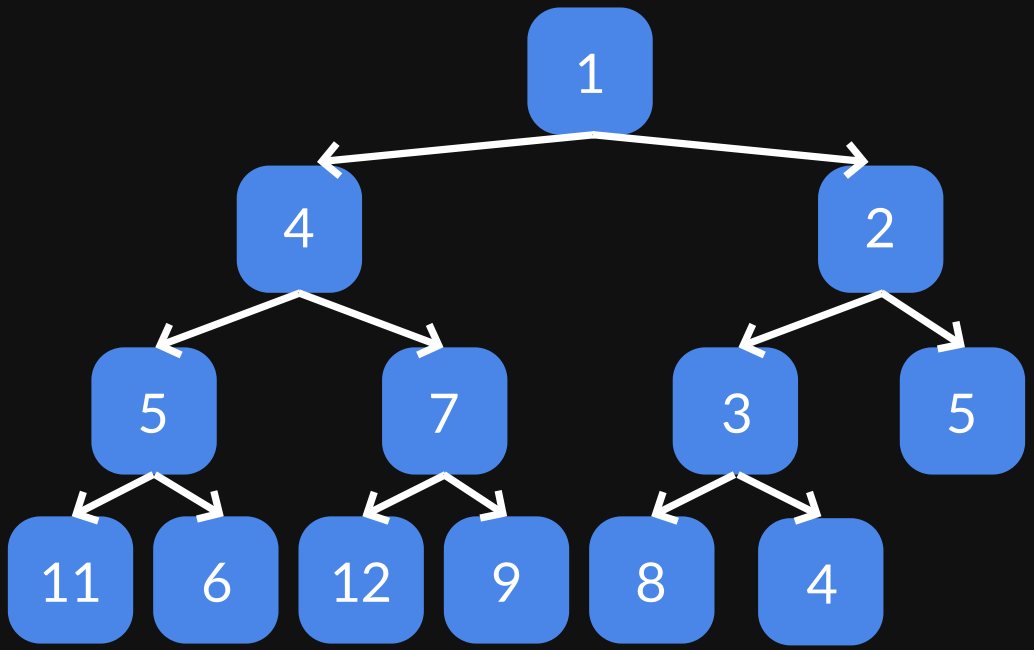
- Um die Wurzel zu entfernen ersetzt man die Wurzel mit dem Letzten Element im Stack
- Dies könnte in einem ungültigen Heap resultieren
- Deshalb wird die neue Wurzel so lange mit seinem kleinsten Kind getauscht, bis es kleiner als alle Kinder ist.



Heaps

Wurzel Entfernen

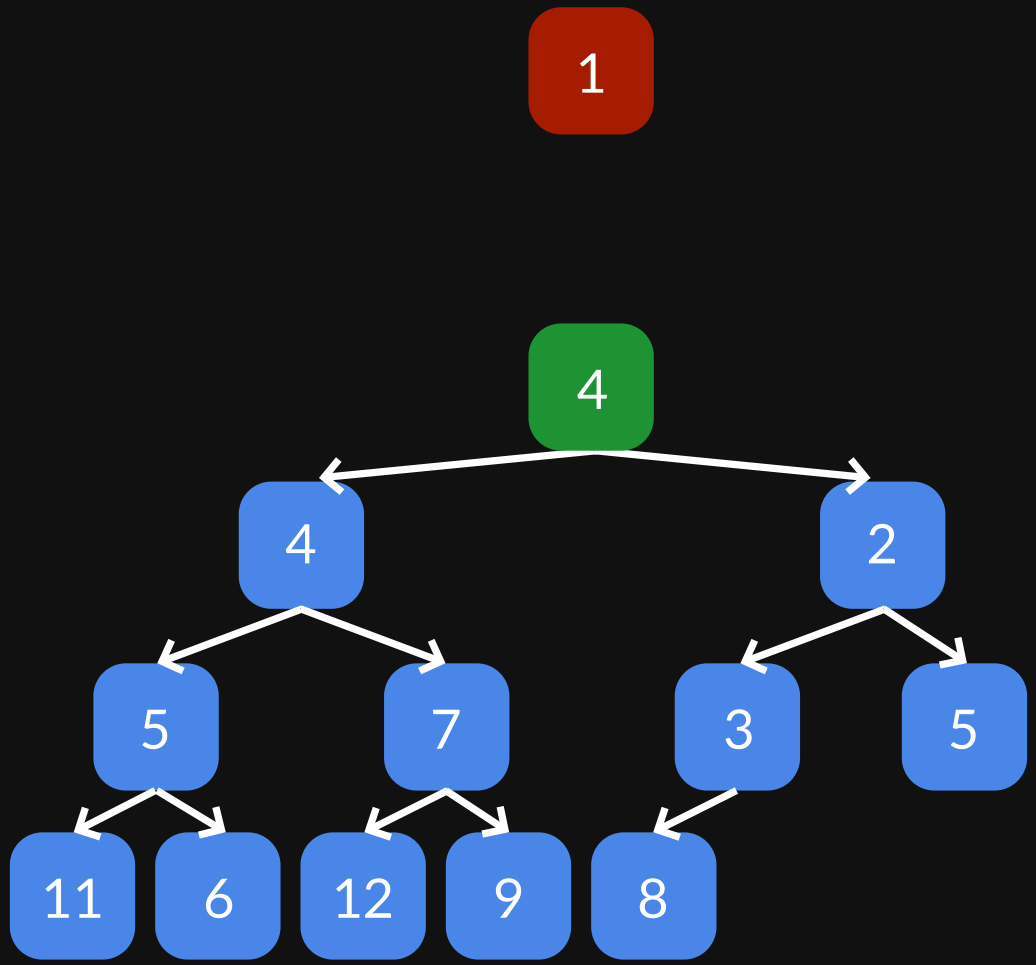
- Um die Wurzel zu entfernen ersetzt man die Wurzel mit dem Letzten Element im Stack
- Dies könnte in einem ungültigen Heap resultieren
- Deshalb wird die neue Wurzel so lange mit seinem kleinsten Kind getauscht, bis es kleiner als alle Kinder ist.



Heaps

Wurzel Entfernen

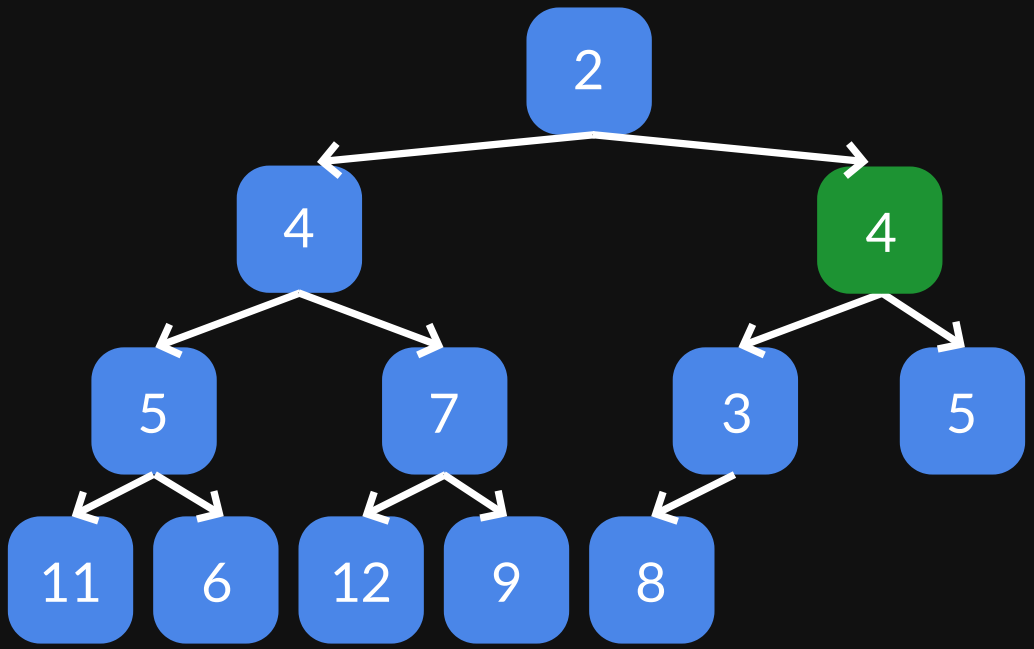
- Um die Wurzel zu entfernen ersetzt man die Wurzel mit dem Letzten Element im Stack
- Dies könnte in einem ungültigen Heap resultieren
- Deshalb wird die neue Wurzel so lange mit seinem kleinsten Kind getauscht, bis es kleiner als alle Kinder ist.



Heaps

Wurzel Entfernen

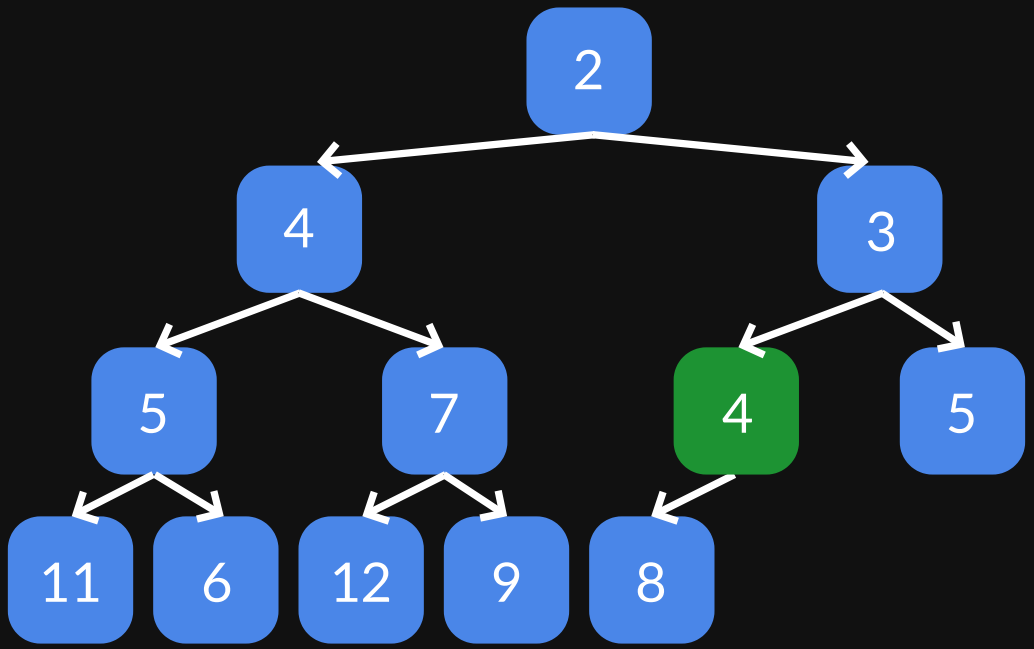
- Um die Wurzel zu entfernen ersetzt man die Wurzel mit dem Letzten Element im Stack
- Dies könnte in einem ungültigen Heap resultieren
- Deshalb wird die neue Wurzel so lange mit seinem kleinsten Kind getauscht, bis es kleiner als alle Kinder ist.



Heaps

Wurzel Entfernen

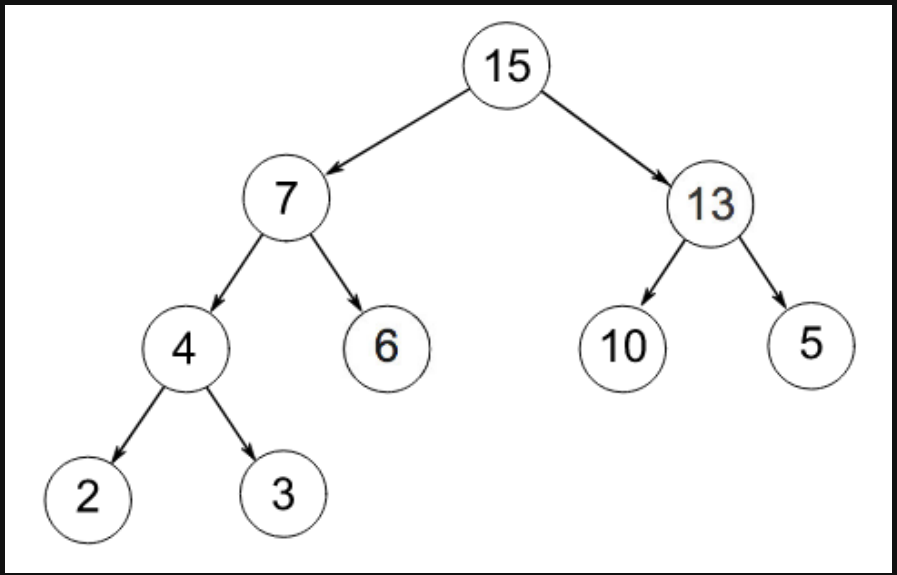
- Um die Wurzel zu entfernen ersetzt man die Wurzel mit dem Letzten Element im Stack
- Dies könnte in einem ungültigen Heap resultieren
- Deshalb wird die neue Wurzel so lange mit seinem kleinsten Kind getauscht, bis es kleiner als alle Kinder ist.



Prüfungsaufgabe

Bäume

Frühling 2016, 0.67 Notenpunkte



Inorder Traversierung:

2 4 3 7 6 15 10 13 5

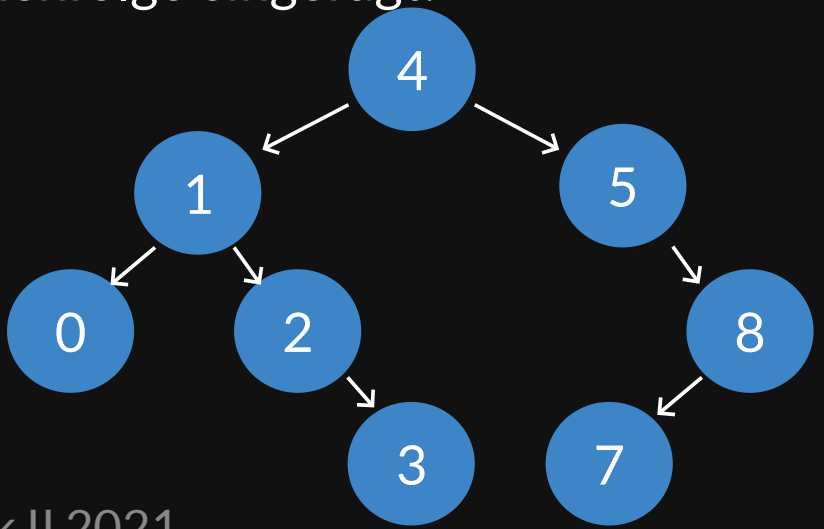
- Der Baum ist ein Binärbaum
- Er ist kein Binärer Suchbaum
- Er ist ein (Max-)Heap
- Es gibt nichtleere Heaps, welche Suchbäume sind
- Jeder (Such-)Baum mit n>0 Knoten hat n-1 Kanten
- Die Inorder Traversierung von einem Binären Suchbaum gibt immer eine sortierte Folge

Prüfungsaufgabe

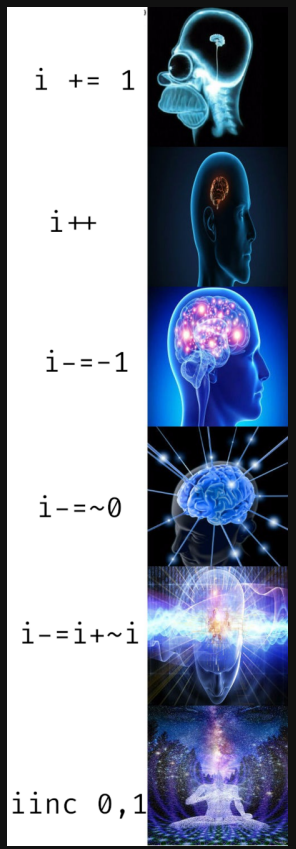
Bäume

Frühling 2016, 0.67 Notenpunkte

- Minimale Knotenzahl eines binären Suchbaums der Höhe h
  - $h + 1$ (Baum mit 1 Knoten hat Höhe 0)
- Maximale Knotenzahl bei Max-Heap der Höhe h
  - $2^{h+1} - 1$
- Elemente in dieser Reihenfolge eingefügt: 4 – 5 – 8 – 1 – 2 – 3 – 7 – 0



Java Bytecode



Motivation

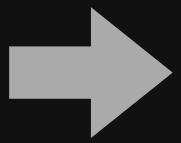
- Java funktioniert cross-plattform auf unterschiedlichsten Gerätetypen und Architekturen.
- Um die selbe Funktionalität für all diese Geräte zu ermöglichen, gibt es beim Kompilieren eine Zwischenstufe, der Bytecode.
- Dieser kann dann für die jeweilige Architektur in Maschinensprache übersetzt werden.
- Auf Wikipedia gibt es eine Liste von allen Bytecode Instruktionen.

Operand Stack

- Der Bytecode arbeitet mit einem "Operand Stack"
- Die Werte mit welchen gerechnet wird, befinden sich auf einem Stack und wir verarbeiten immer die obersten Elemente auf dem Stack.

Bytecode

```
1 iconst_4
2 iconst_2
3 iconst_3
4 imul
5 iconst_1
6 isub
7 iadd
```



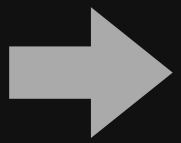
Stack

Operand Stack

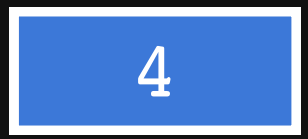
- Der Bytecode arbeitet mit einem "Operand Stack"
- Die Werte mit welchen gerechnet wird, befinden sich auf einem Stack und wir verarbeiten immer die obersten Elemente auf dem Stack.

Bytecode

```
1 iconst_4
2 iconst_2
3 iconst_3
4 imul
5 iconst_1
6 isub
7 iadd
```



Stack

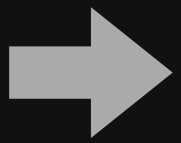


Operand Stack

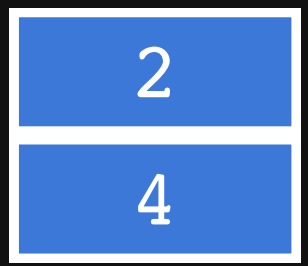
- Der Bytecode arbeitet mit einem "Operand Stack"
- Die Werte mit welchen gerechnet wird, befinden sich auf einem Stack und wir verarbeiten immer die obersten Elemente auf dem Stack.

Bytecode

```
1 iconst_4
2 iconst_2
3 iconst_3
4 imul
5 iconst_1
6 isub
7 iadd
```



Stack

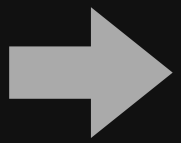


Operand Stack

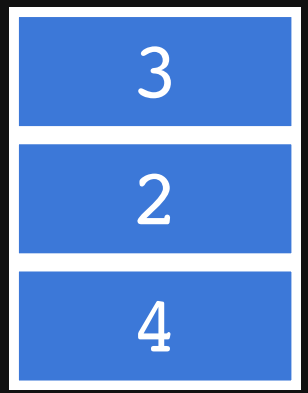
- Der Bytecode arbeitet mit einem "Operand Stack"
- Die Werte mit welchen gerechnet wird, befinden sich auf einem Stack und wir verarbeiten immer die obersten Elemente auf dem Stack.

Bytecode

```
1 iconst_4
2 iconst_2
3 iconst_3
4 imul
5 iconst_1
6 isub
7 iadd
```



Stack

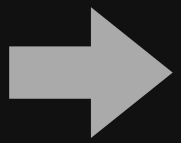


Operand Stack

- Der Bytecode arbeitet mit einem "Operand Stack"
- Die Werte mit welchen gerechnet wird, befinden sich auf einem Stack und wir verarbeiten immer die obersten Elemente auf dem Stack.

Bytecode

```
1 iconst_4
2 iconst_2
3 iconst_3
4 imul
5 iconst_1
6 isub
7 iadd
```



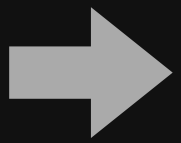
Stack

Operand Stack

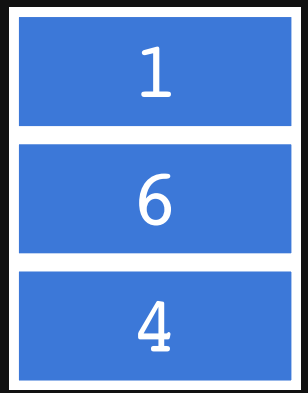
- Der Bytecode arbeitet mit einem "Operand Stack"
- Die Werte mit welchen gerechnet wird, befinden sich auf einem Stack und wir verarbeiten immer die obersten Elemente auf dem Stack.

Bytecode

```
1 iconst_4
2 iconst_2
3 iconst_3
4 imul
5 iconst_1
6 isub
7 iadd
```



Stack

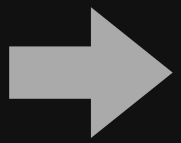


Operand Stack

- Der Bytecode arbeitet mit einem "Operand Stack"
- Die Werte mit welchen gerechnet wird, befinden sich auf einem Stack und wir verarbeiten immer die obersten Elemente auf dem Stack.

Bytecode

```
1 iconst_4
2 iconst_2
3 iconst_3
4 imul
5 iconst_1
6 isub
7 iadd
```



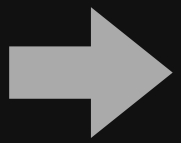
Stack

Operand Stack

- Der Bytecode arbeitet mit einem "Operand Stack"
- Die Werte mit welchen gerechnet wird, befinden sich auf einem Stack und wir verarbeiten immer die obersten Elemente auf dem Stack.

Bytecode

```
1 iconst_4
2 iconst_2
3 iconst_3
4 imul
5 iconst_1
6 isub
7 iadd
```



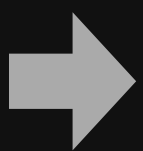
Stack

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```



Stack

Übersetzung

```
1  static int f(int a) {
2
3
4
5
6  }
```

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```

Stack

Übersetzung

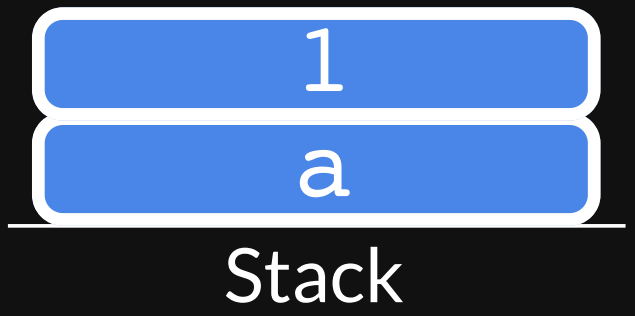
```
1  static int f(int a) {
2          a
3
4
5
6  }
```

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```



Übersetzung

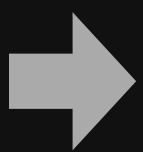
```
1  static int f(int a) {
2          a     1
3
4
5
6  }
```

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```



Übersetzung

```
1  static int f(int a) {
2      if(a <= 1){
3
4      }
5
6  }
```

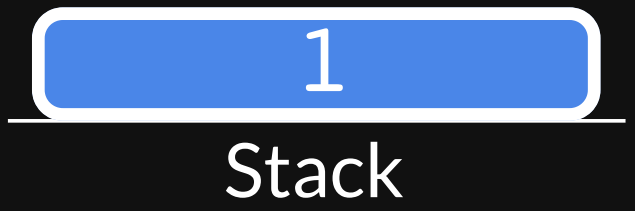
Stack

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```



Übersetzung

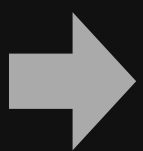
```
1  static int f(int a) {
2      if(a <= 1){
3                  1
4      }
5
6  }
```

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```



Stack

Übersetzung

```
1  static int f(int a) {
2      if(a <= 1){
3          return 1;
4      }
5
6  }
```

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```

Stack

Übersetzung

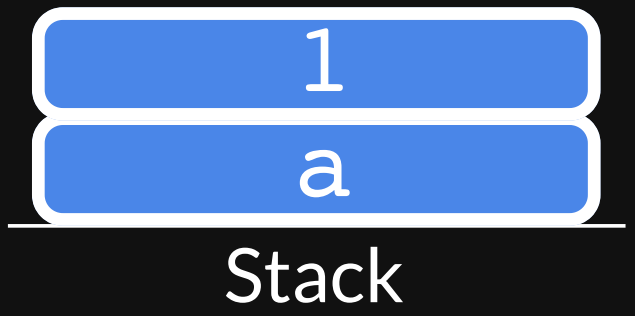
```
1 static int f(int a) {
2     if(a <= 1){
3         return 1;
4     }
5             a
6 }
```

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```



Übersetzung

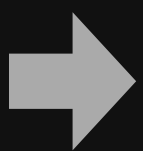
```
1  static int f(int a) {
2      if(a <= 1){
3          return 1;
4      }
5                  a 1
6  }
```

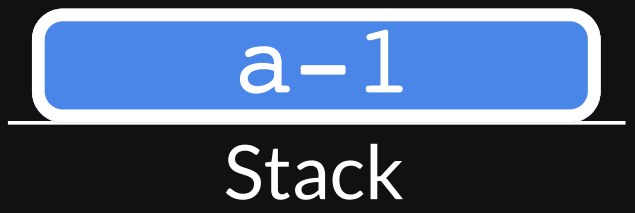
Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```





Übersetzung

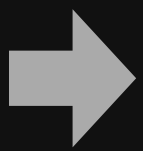
```
1  static int f(int a) {
2      if(a <= 1){
3          return 1;
4      }
5                  a-1
6  }
```

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

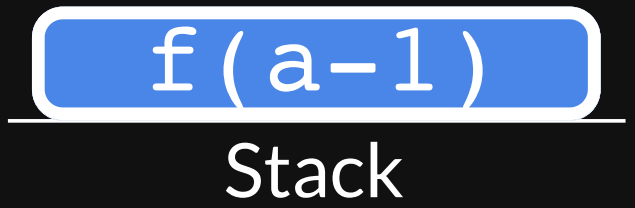
Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```



Übersetzung

```
1 static int f(int a) {
2     if(a <= 1){
3         return 1;
4     }
5             f(a-1)
6 }
```

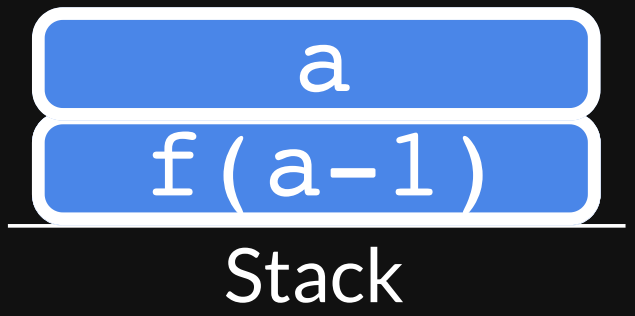


Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```

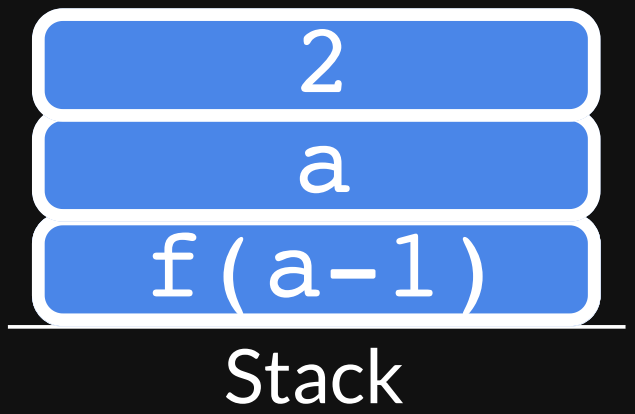


Übersetzung

```
1  static int f(int a) {
2      if(a <= 1){
3          return 1;
4      }
5              f(a-1)      a
6  }
```

Java Bytecode

Bytecode Verstehen



Bytecode

```
 1 static int f(int a);
 2    0  iload_0 [a]
 3    1  iconst_1
 4    2  if_icmpgt 7
 5    5  iconst_1
 6    6  ireturn
 7    7  iload_0 [a]
 8    8  iconst_1
 9    9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```

Übersetzung

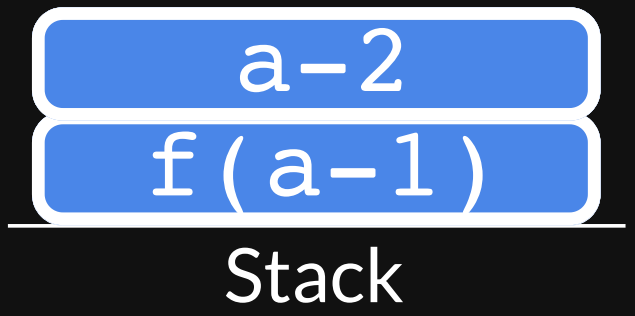
```
1 static int f(int a) {
2     if(a <= 1){
3         return 1;
4     }
5             f(a-1)      a 2
6 }
```

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```



Übersetzung

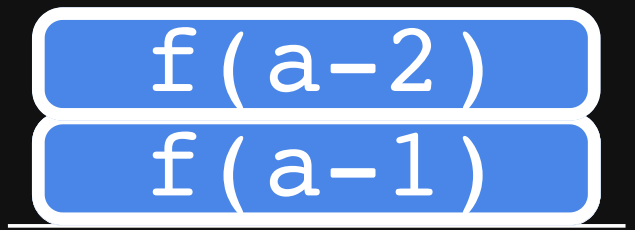
```
1 static int f(int a) {
2     if(a <= 1){
3         return 1;
4     }
5             f(a-1)     a-2
6 }
```

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```



Übersetzung

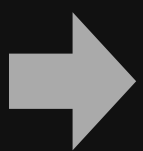
```
1 static int f(int a) {
2     if(a <= 1){
3         return 1;
4     }
5             f(a-1)    f(a-2)
6 }
```

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```



Übersetzung

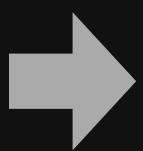
```
1 static int f(int a) {
2     if(a <= 1){
3         return 1;
4     }
5             f(a-1) + f(a-2)
6 }
```

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```



Stack

Übersetzung

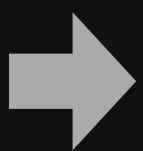
```
1 static int f(int a) {
2     if(a <= 1){
3         return 1;
4     }
5     return f(a-1) + f(a-2);
6 }
```

Java Bytecode

Bytecode Verstehen

Bytecode

```
1  static int f(int a);
2     0  iload_0 [a]
3     1  iconst_1
4     2  if_icmpgt 7
5     5  iconst_1
6     6  ireturn
7     7  iload_0 [a]
8     8  iconst_1
9     9  isub
10   10  invokestatic test.Main.f(
11   13  iload_0 [a]
12   14  iconst_2
13   15  isub
14   16  invokestatic test.Main.f(
15   19  iadd
16   20  ireturn
```



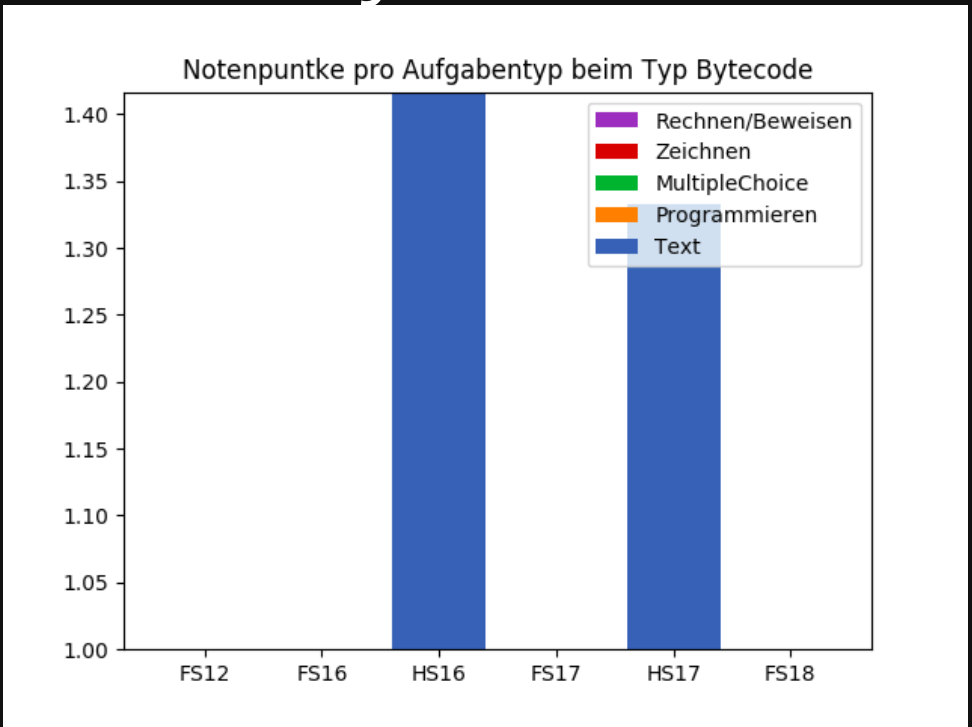
Stack

Übersetzung

```
1  static int f(int a) {
2      if(a <= 1){
3          return 1;
4      }
5      return f(a-1) + f(a-2);
6  }
```

Prüfungsaufgabe

Bytecode



Herbst 2017, 0.34 Notenpunkte

Prüfungsaufgabe

Bytecode

Herbst 2017, 0.34 Notenpunkte

```java
public class IncrementingInteger{
    public static void main(){
        System.out.println(expr1(1));
        System.out.println(expr2(1));
    }

    public static int expr1(int value){
        int x = (value++)*2;
        return x;
    }

    public static int expr2(int value){
        int x = (++value)*2;
        return x;
    }
}
```

```
2
4
```

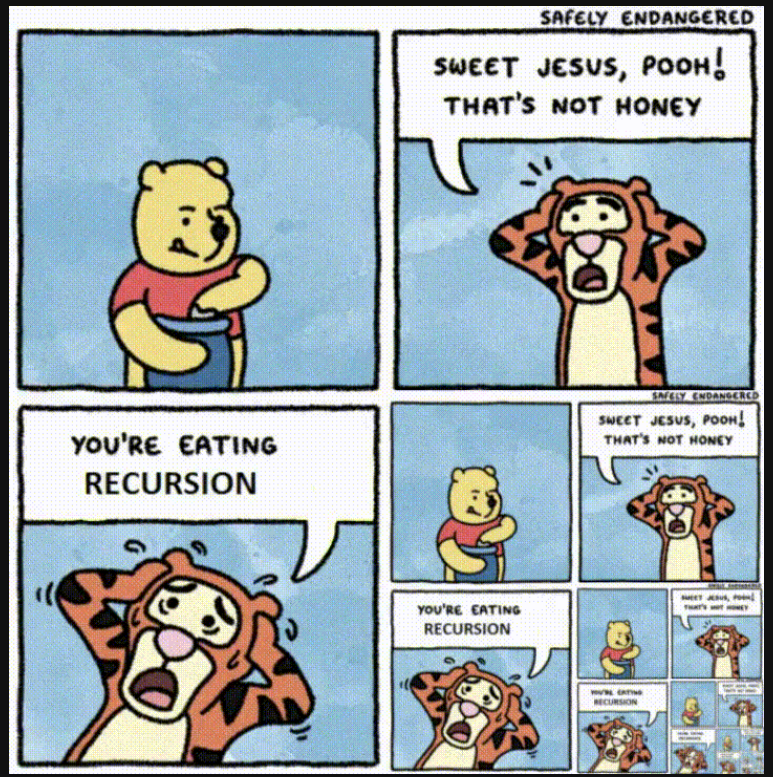
```
1  Code A:
2       0: iload_0
3       1: iinc      0, 1
4       2: iconst_2
5       3: imul
6       4: istore_1
7       5: iload_1
8       6: ireturn
```

expr1

```
1  Code B:
2       0: iinc      0, 1
3       1: iload_0
4       2: iconst_2
5       3: imul
6       4: istore_1
7       5: iload_1
8       6: ireturn
```

expr2

Algorithmen



Altägyptische Multiplikation

$$f(a,b) = \begin{cases} a & \text{, falls } b = 1 \\ f(2a, b/2) & \text{, falls b gerade} \\ f(2a, \frac{b-1}{2}) + a & \text{, sonst} \end{cases}$$

$$f(a,b) = a \cdot b$$

Altägyptische Multiplikation

$$f(a,b) = \begin{cases} a & \text{, falls } b = 1 \\ f(2a, b/2) & \text{, falls b gerade} \\ f(2a, \frac{b-1}{2}) + a & \text{, sonst} \end{cases}$$

a	b	f(a,b)
5	98	`f(5,98)  = f(10,49)`
10	49	`f(10,49)  = f(20,24) + 10`
20	24	`f(20,24)  = f(40,12)`
40	12	`f(40,12)  = f(80,6)`
80	6	`f(80,6)  = f(160,3)`
160	3	`f(160,3)  = f(320,1) + 160`
320	1	`f(320,1)  = 320`

`f(5,98) = 320 + 160 + 10 = 490`

Algorithmen

Altägyptische Multiplikation

Induktionsverankerung: $b = 1$

$$f(a, 1) = a = a \cdot 1$$

$$f(a,b) = \begin{cases} a & \text{, falls } b = 1 \\ f(2a, b/2) & \text{, falls b gerade} \\ f(2a, \frac{b-1}{2}) + a & \text{, sonst} \end{cases}$$

Induktionsschritt:

Gegeben, dass $f(a,b) = a \cdot b$ für $b \in [1 \ldots n-1]$.

Zeige daraus, dass $f(a,n) = a \cdot n$.

n gerade:

$f(a,n) = f(2a, \frac{n}{2})$

$\frac{n}{2} \in [1 \ldots n-1]$

$f(2a, \frac{n}{2}) = 2a \cdot \frac{n}{2}$

$= a \cdot n$

n ungerade:

$f(a,n) = f(2a, \frac{n-1}{2}) + a$

$\frac{n-1}{2} \in [1 \ldots n-1]$

$f(2a, \frac{n-1}{2}) + a = 2a \cdot \frac{n-1}{2} + a$

$= a \cdot n$

Ackermann

- Die Ackermannfunktion ist eine extrem schnell wachsende Funktion, mit deren Hilfe in der theoretischen Informatik Grenzen von Modellen aufgezeigt werden können.

- Rekursive Definition:
  - $A(0, m) = m + 1$
  - $A(n, 0) = A(n - 1, 1)$
  - $A(n, m) = A(n - 1, A(n, m - 1))$

Ackermann

Beispiel: $A(1,1)$

```
1 A(1,1)          // A(1,1)
2   A(1,0)        // A(1,1) = A(0,A(1,0))
3     A(0, 1)     //              A(1,0) = A(0,1)
4     <- 2        //                       A(0,1) = 2
5   <- 2          //              A(1,0) = 2
6   A(0, 2)       // A(1,1) = A(0,2)
7   <- 3          //          A(0,2) = 3
8 <- 3            // A(1,1) = 3
```

$\Rightarrow A(1,1) = 3$

Weitere Beispiele:

- $A(4,0) = 13$
- $A(4,1) = 65533$
- $A(4,2) = 2^{65536} - 3$

$$A(0,m) = m + 1$$

$$A(n,0) = A(n-1,1)$$

$$A(n,m) = A(n-1, A(n,m-1))$$

Binäre Suche

- Gegeben wird ein sortierter Array [1,2,4,6,9,10,14,16,17,20,23,26]

- Welcher Index hat 16?

  1. Alle Elemente durchprobieren.
     $\rightarrow$ nicht sehr effizient

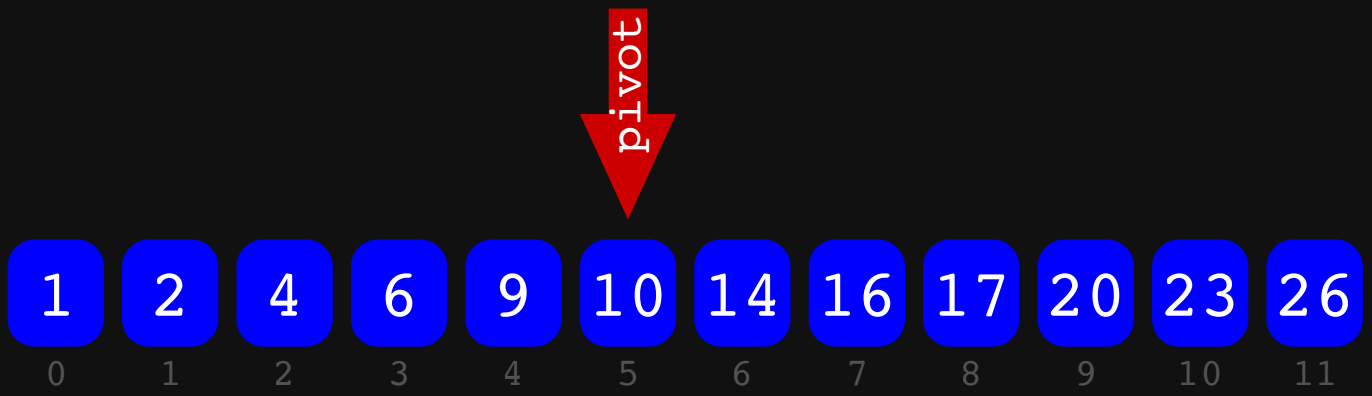
  2. Eventuell kann man ausnutzen, dass der Array bereits sortiert ist?
     $\rightarrow$ Binäre Suche!

Algorithmen

Binäre Suche

```
1  Binäre Suche:
2
3  Gesuchter Wert mit der Mitte/Pivot vergleichen.
4
5  Gleich wie die Mitte?
6          -> Gefunden!
7
8  Grösser als die Mitte?
9          -> rechts weitersuchen
10
11 Kleiner als die Mitte?
12     -> links weitersuchen
```

Vergleich:



Binäre Suche

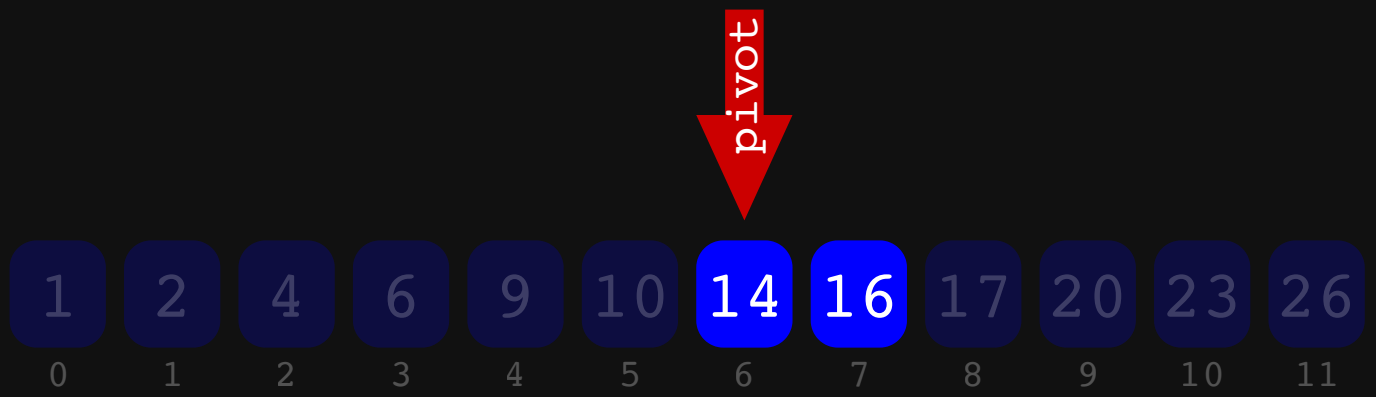
```
1  Binäre Suche:
2
3  Gesuchter Wert mit der Mitte/Pivot vergleichen.
4
5  Gleich wie die Mitte?
6          -> Gefunden!
7
8  Grösser als die Mitte?
9          -> rechts weitersuchen
10
11 Kleiner als die Mitte?
12     -> links weitersuchen
```

Vergleich:

Binäre Suche

```
1  Binäre Suche:
2
3  Gesuchter Wert mit der Mitte/Pivot vergleichen.
4
5  Gleich wie die Mitte?
6          -> Gefunden!
7
8  Grösser als die Mitte?
9          -> rechts weitersuchen
10
11 Kleiner als die Mitte?
12     -> links weitersuchen
```

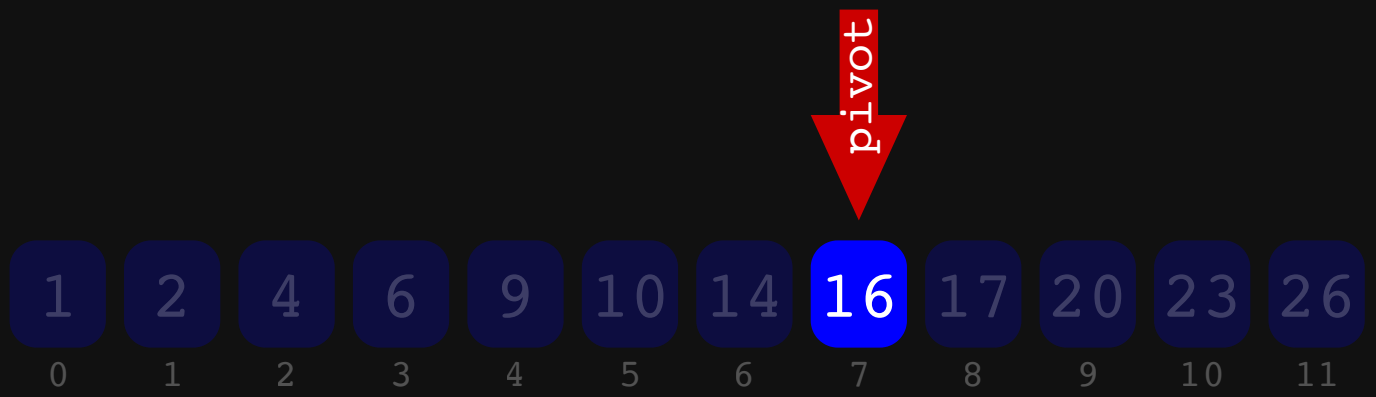
Vergleich:



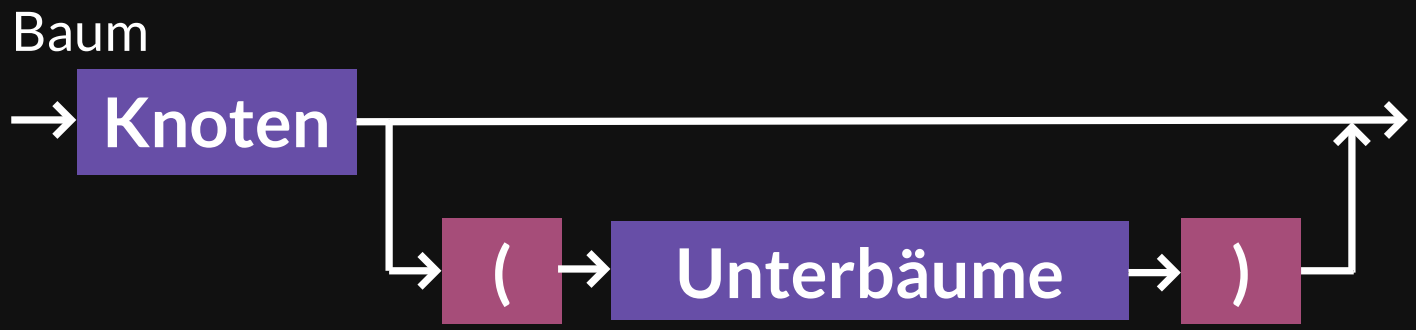
Binäre Suche

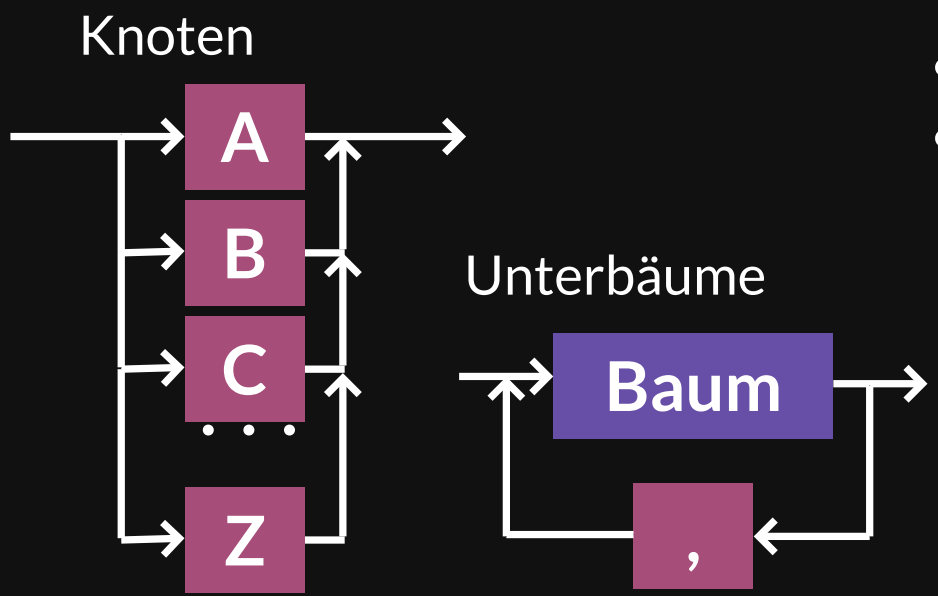
```
1  Binäre Suche:
2
3  Gesuchter Wert mit der Mitte/Pivot vergleichen.
4
5  Gleich wie die Mitte?
6          -> Gefunden!
7
8  Grösser als die Mitte?
9          -> rechts weitersuchen
10
11 Kleiner als die Mitte?
12     -> links weitersuchen
```

Vergleich:



Parser



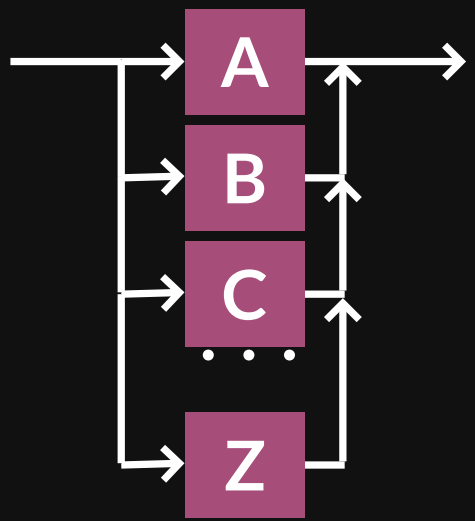


- Gleiches Konzept wie BNF
- Ein Ausdruck ist erzeugbar, wenn es einen Weg durch das Diagramm gibt, welcher diesen beschreibt

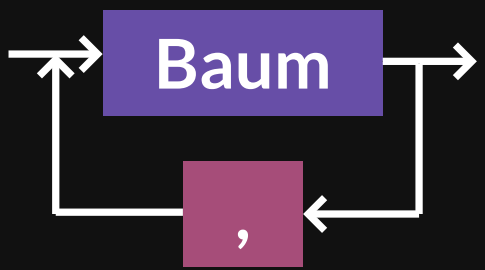
Parser

Baum

Knoten

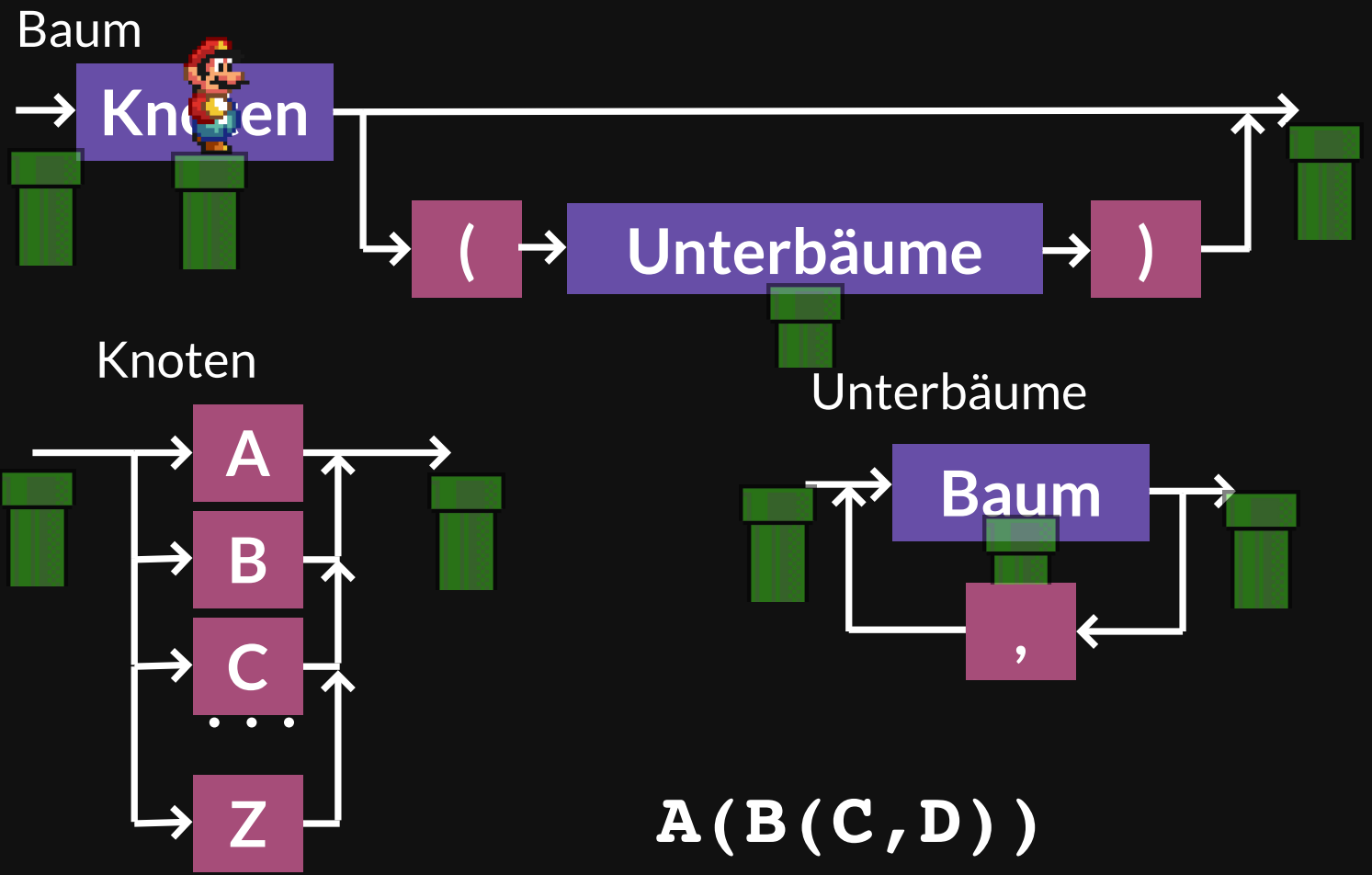


Unterbäume



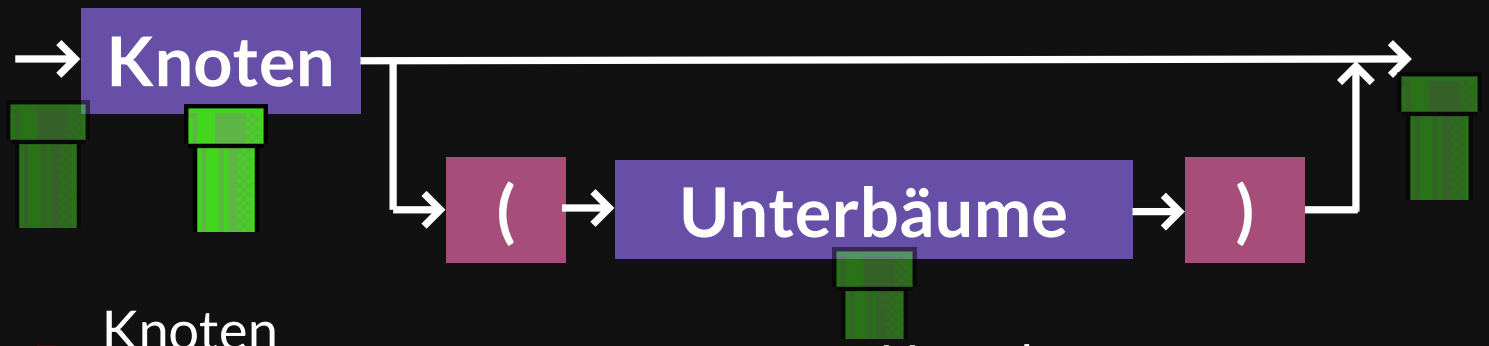

```
A(B(C,D))
```

Parser

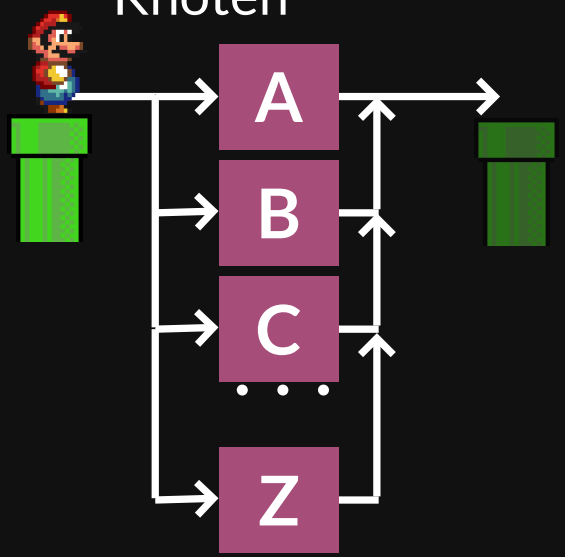


Parser

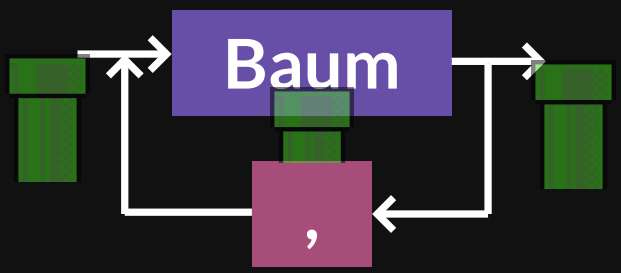
Baum



Knoten



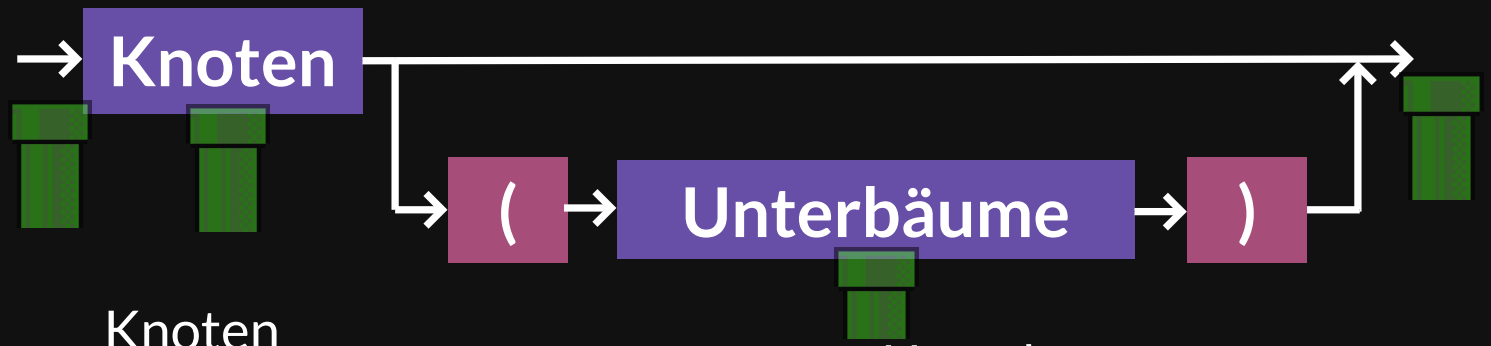
Unterbäume

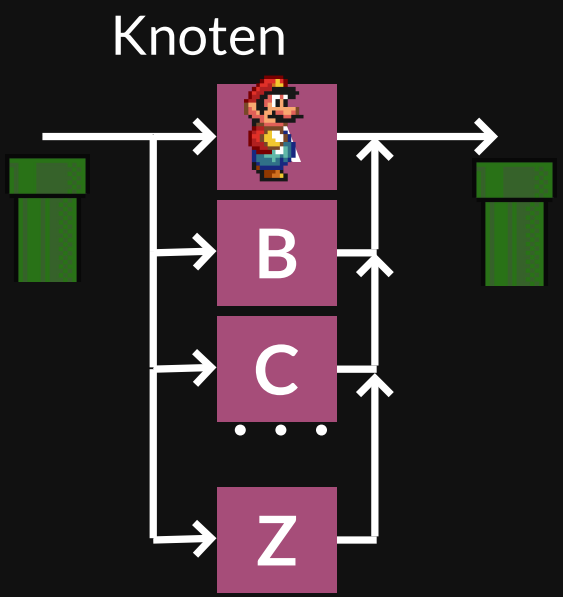


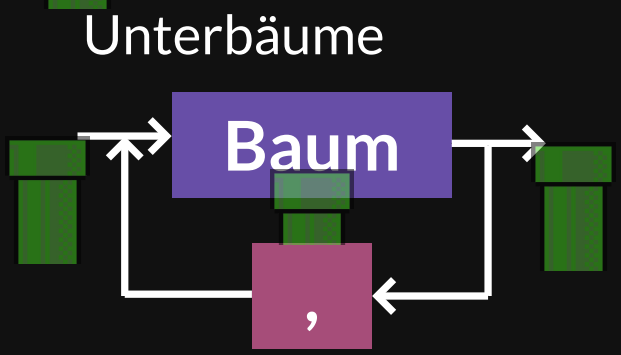

```
A(B(C,D))
```

Parser

Baum



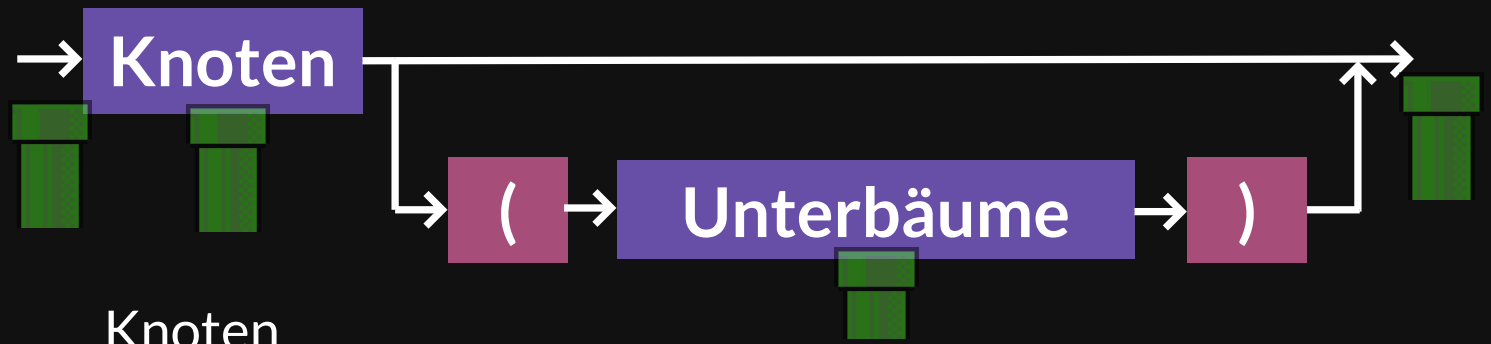




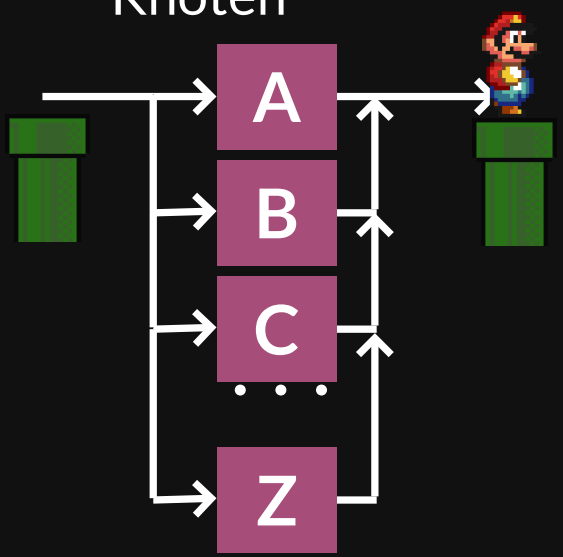

```
A(B(C,D))
```

Parser

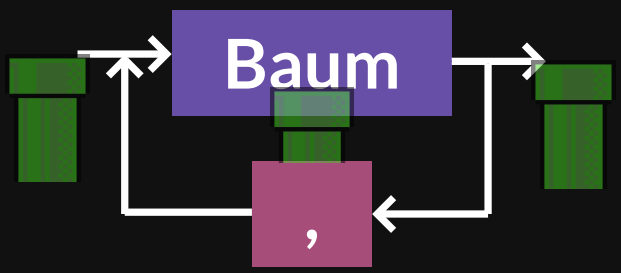
Baum



Knoten

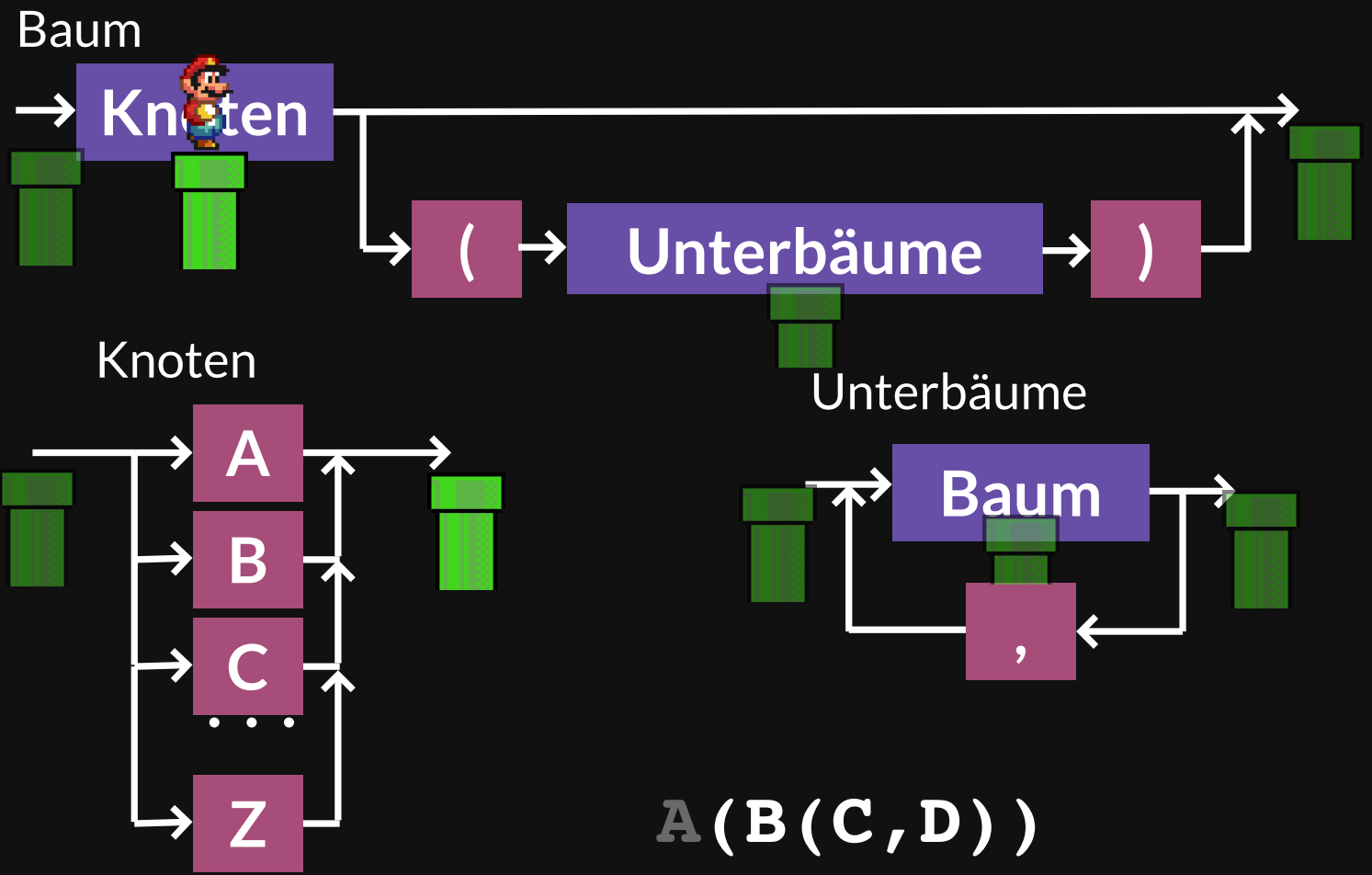


Unterbäume

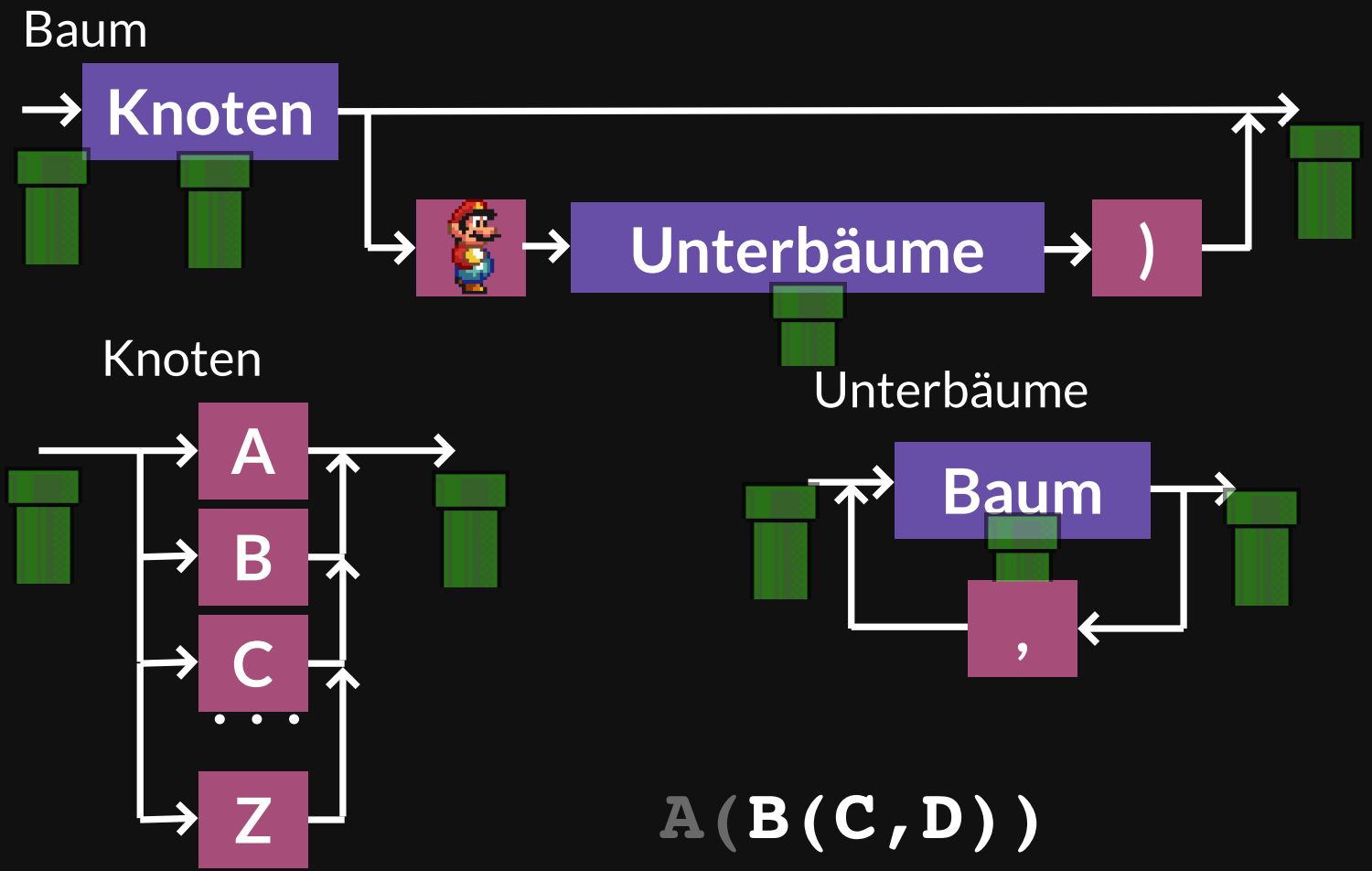



```
A(B(C,D))
```

Parser

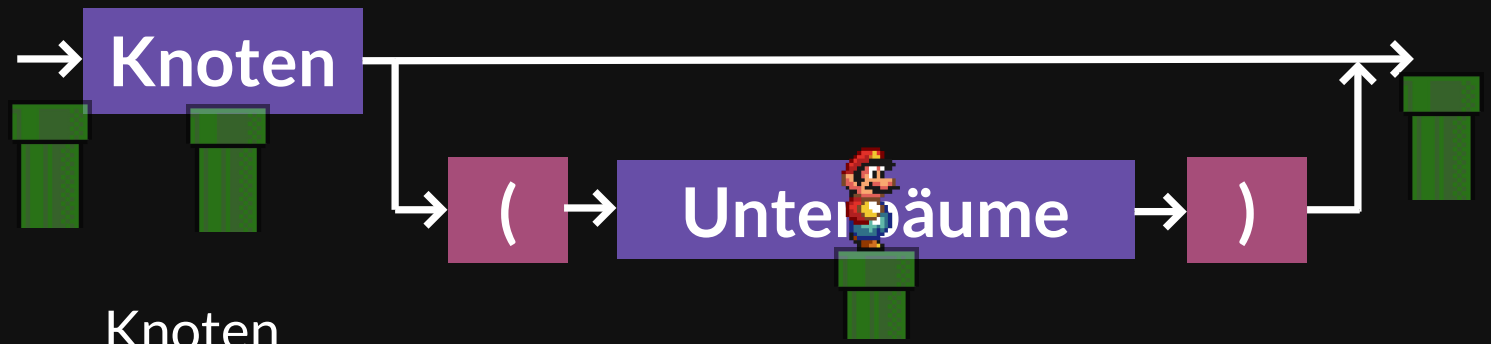


Parser

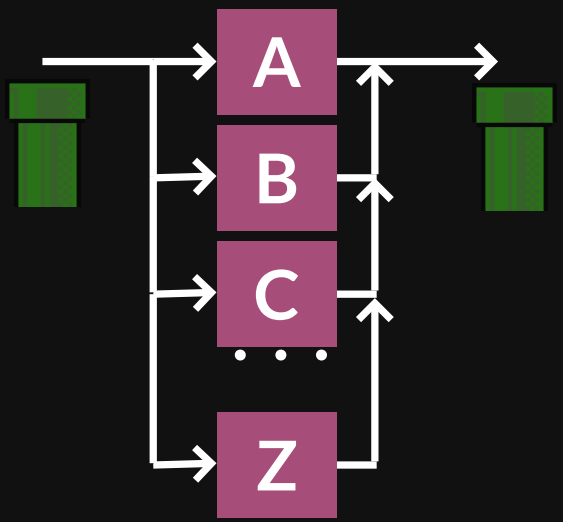


Parser

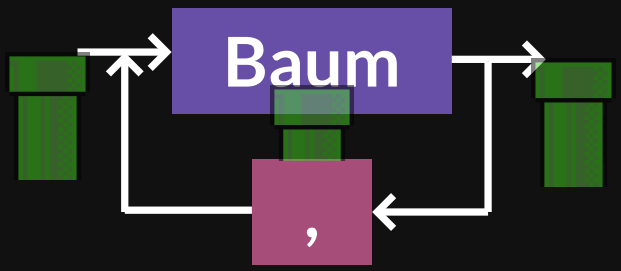
Baum



Knoten

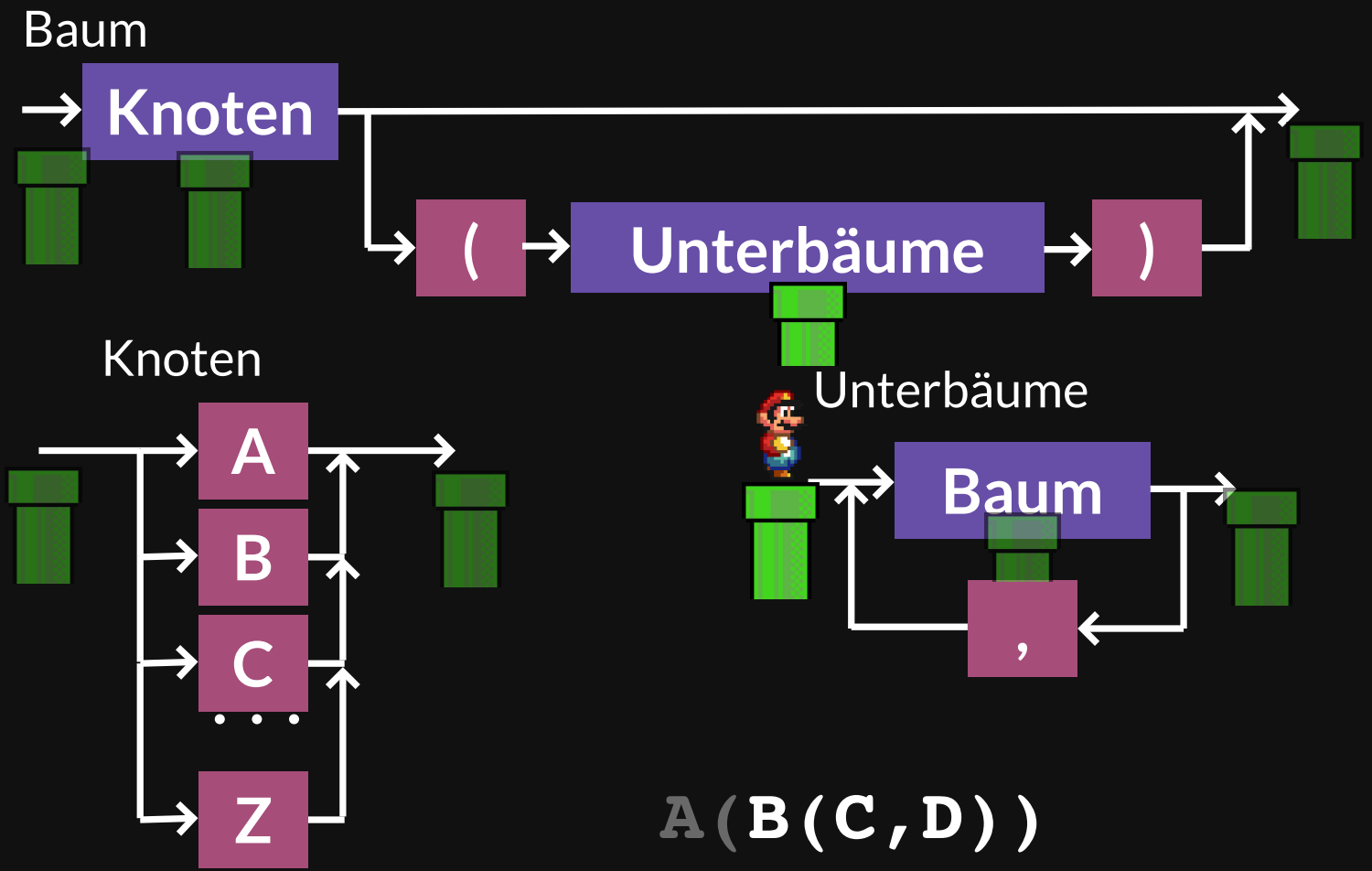


Unterbäume

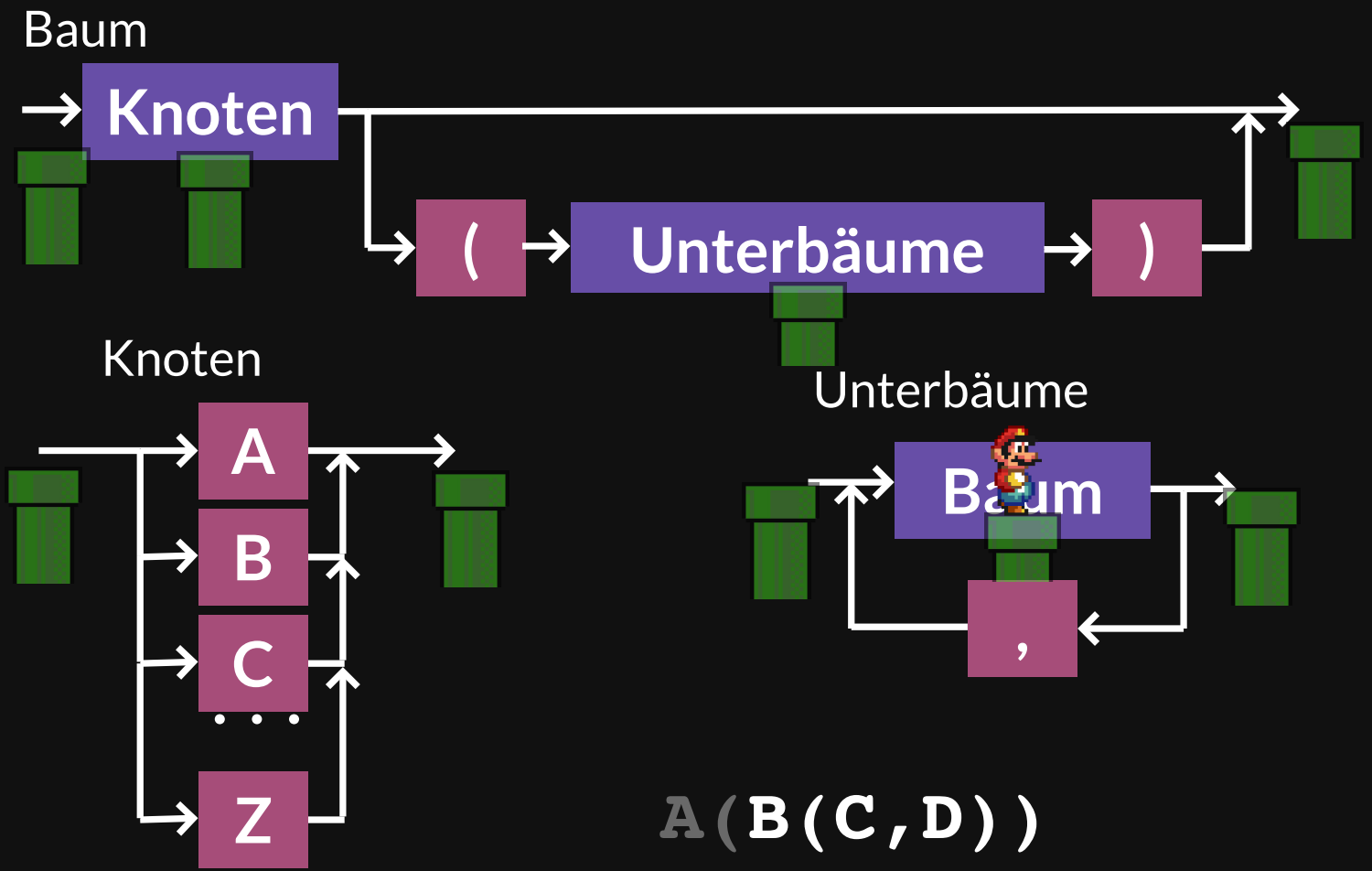



```
A(B(C,D))
```

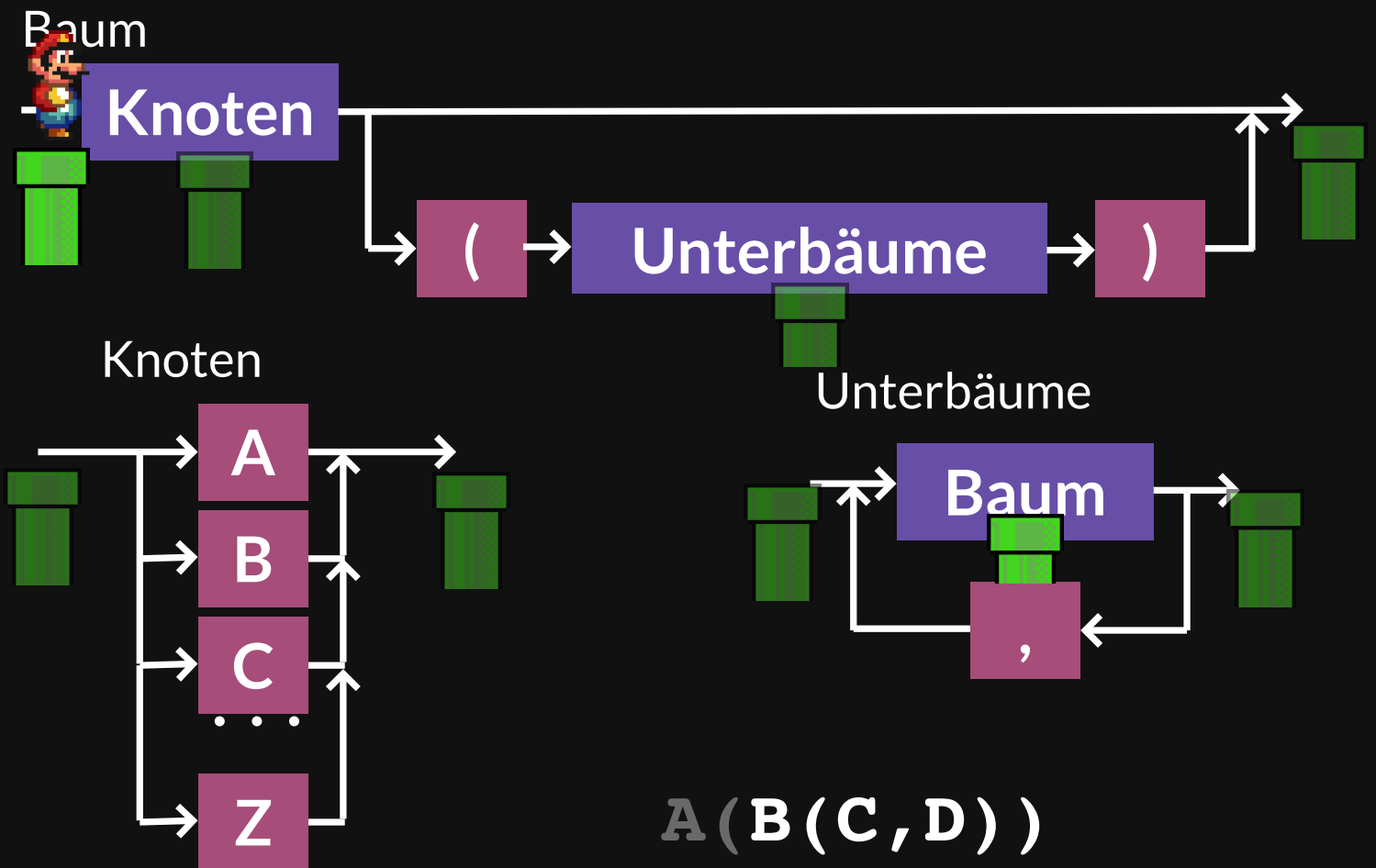
Parser



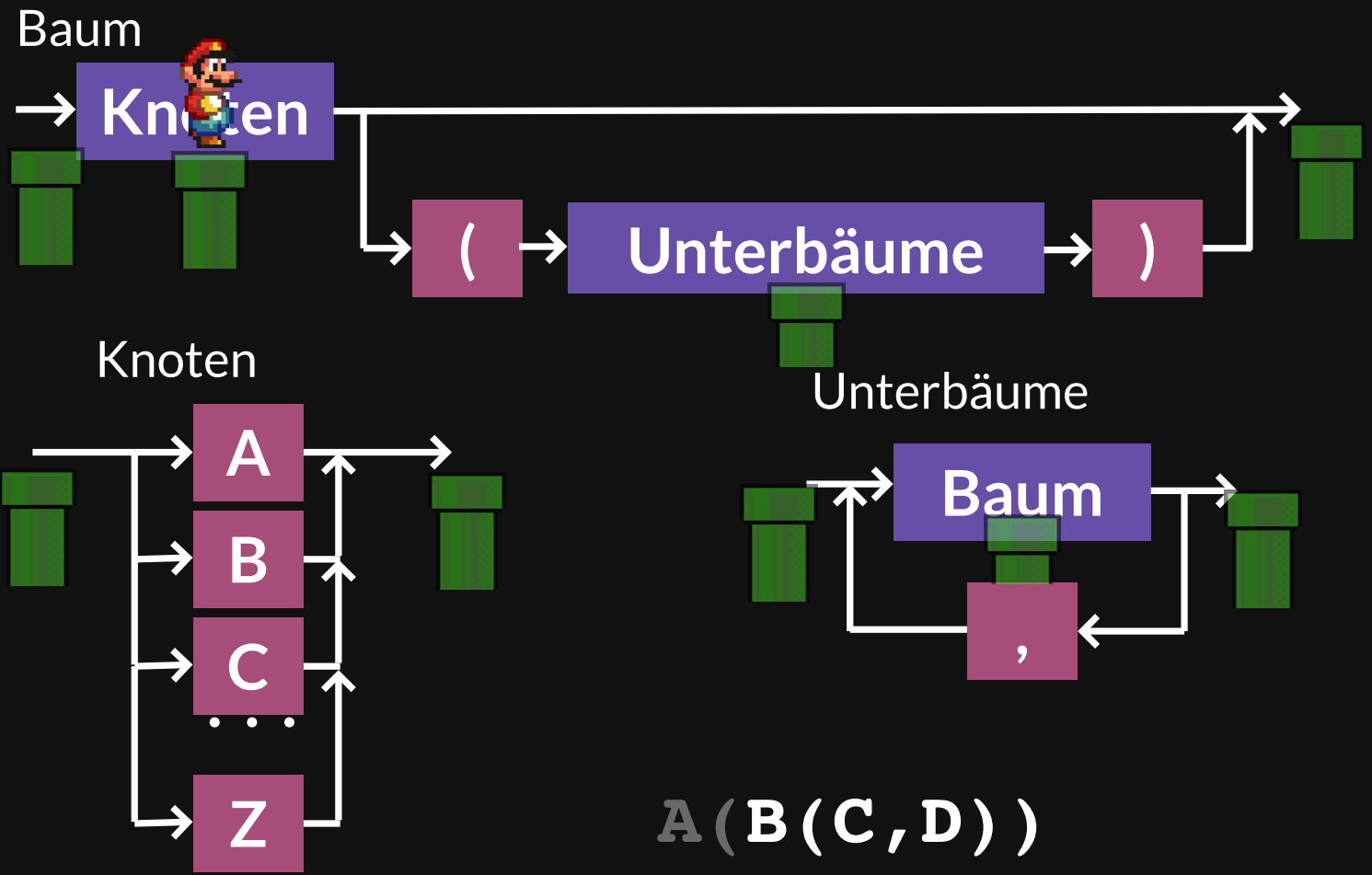
Parser



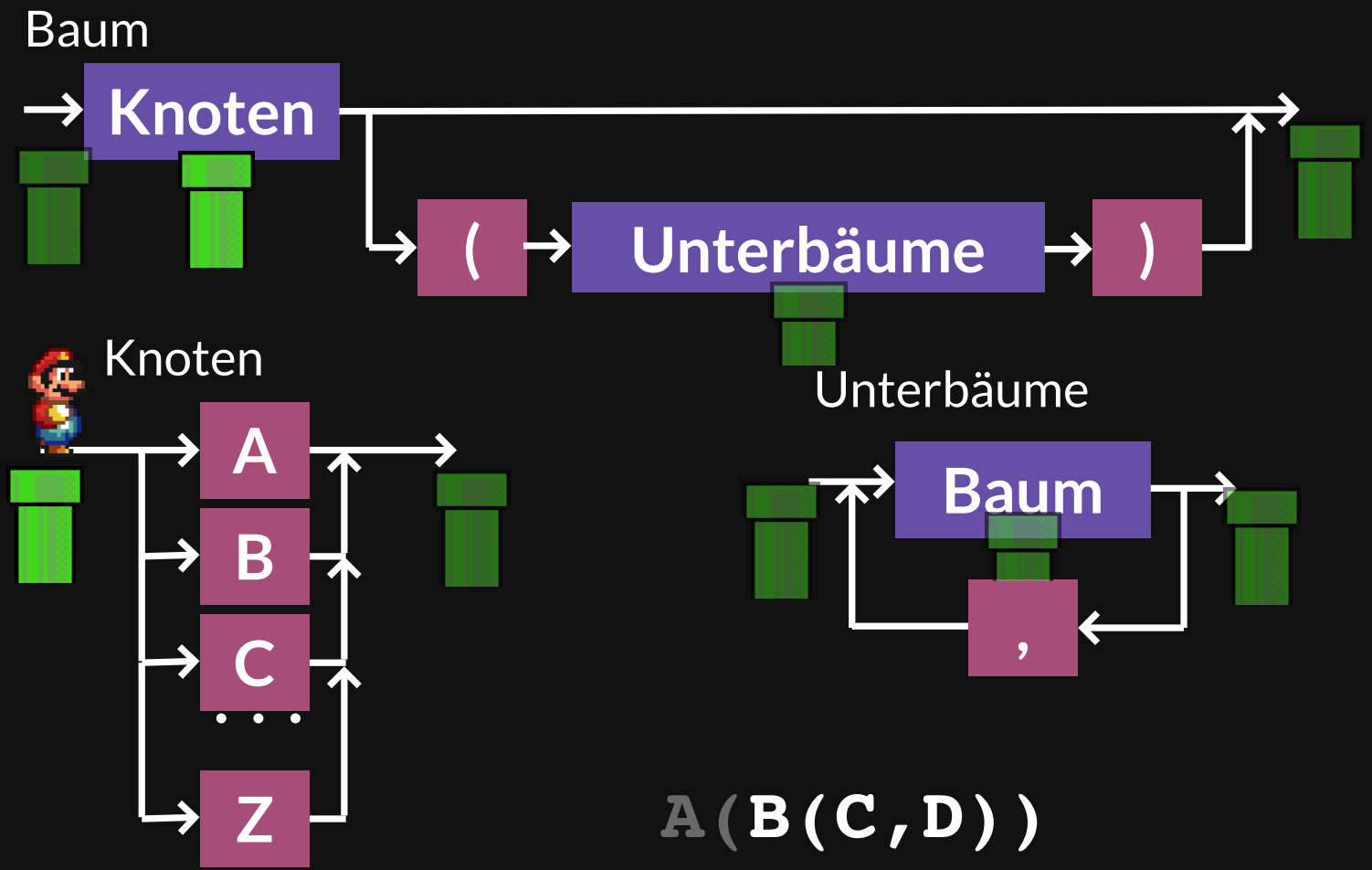
Parser



Parser

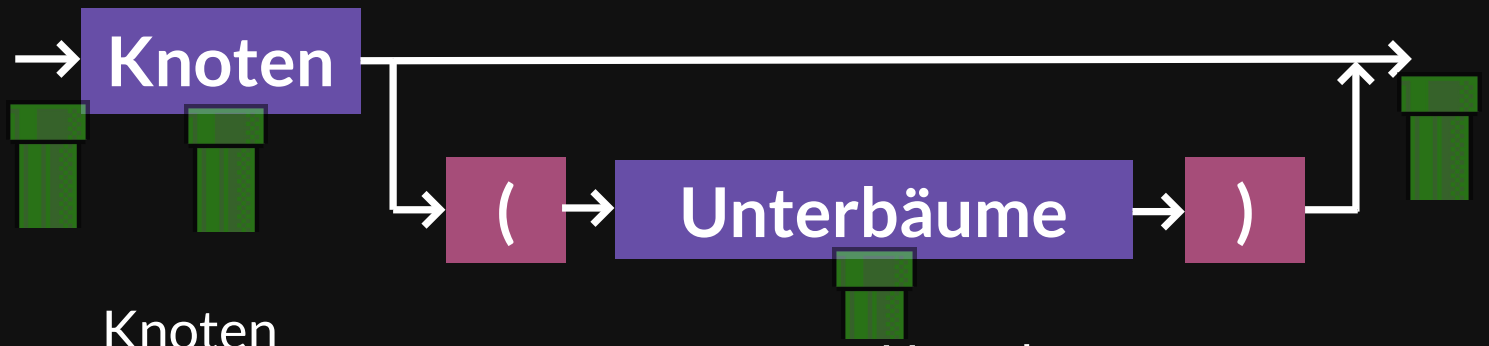


Parser

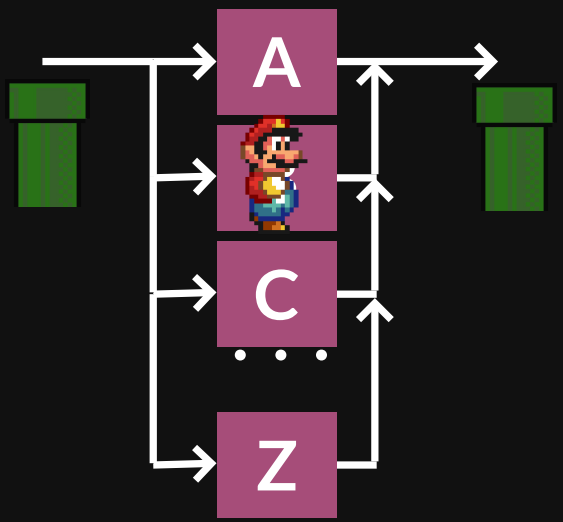


Parser

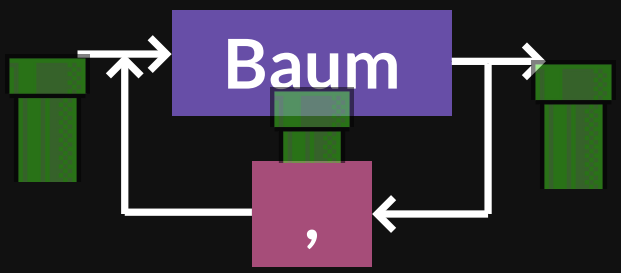
Baum



Knoten

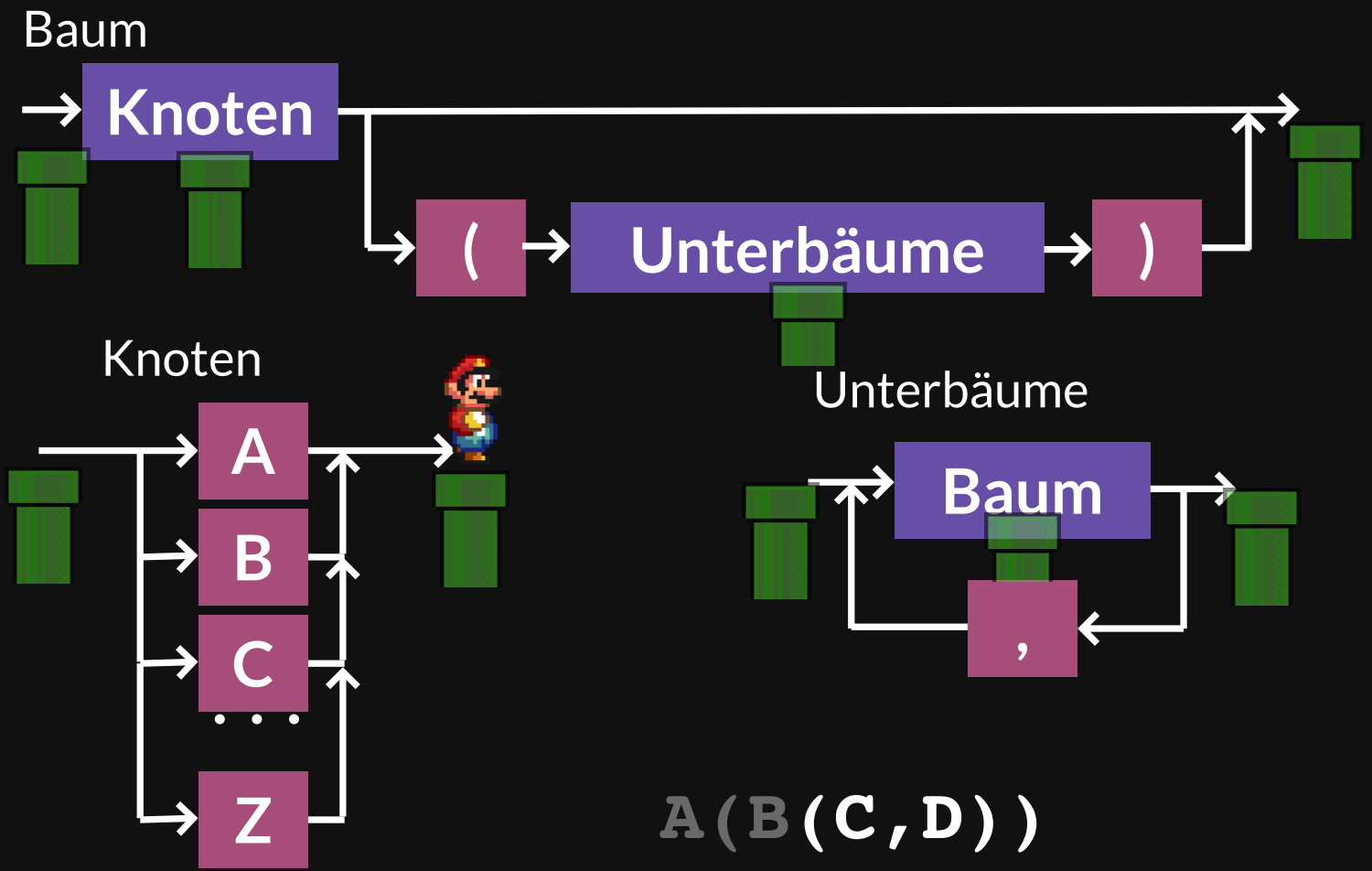


Unterbäume



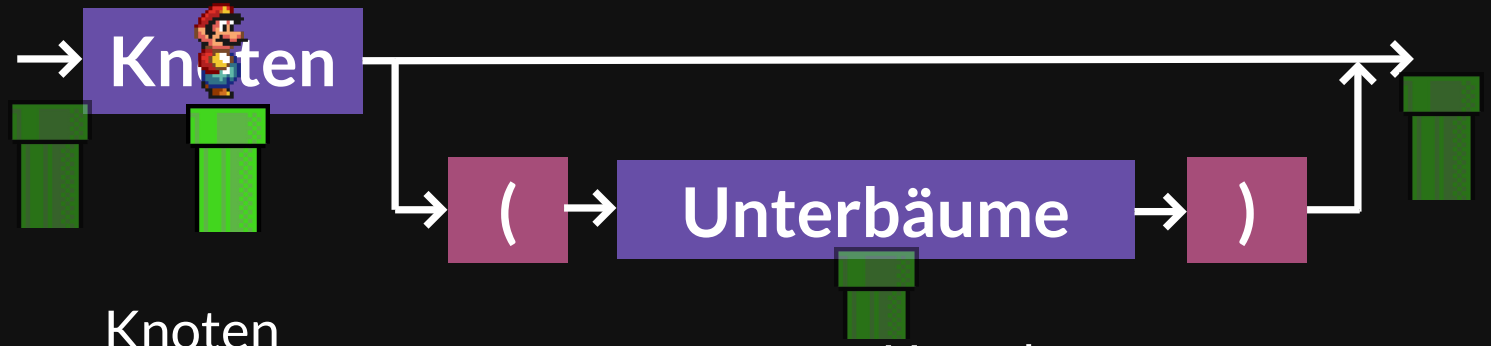

```
A(B(C,D))
```

Parser

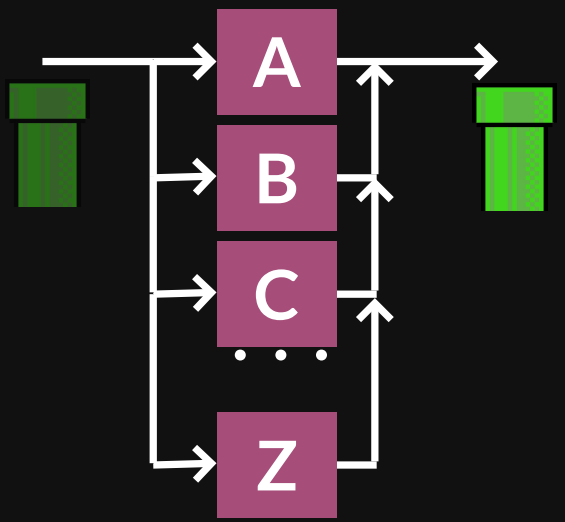


Parser

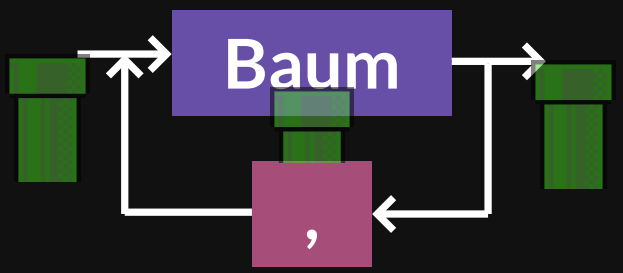
Baum



Knoten



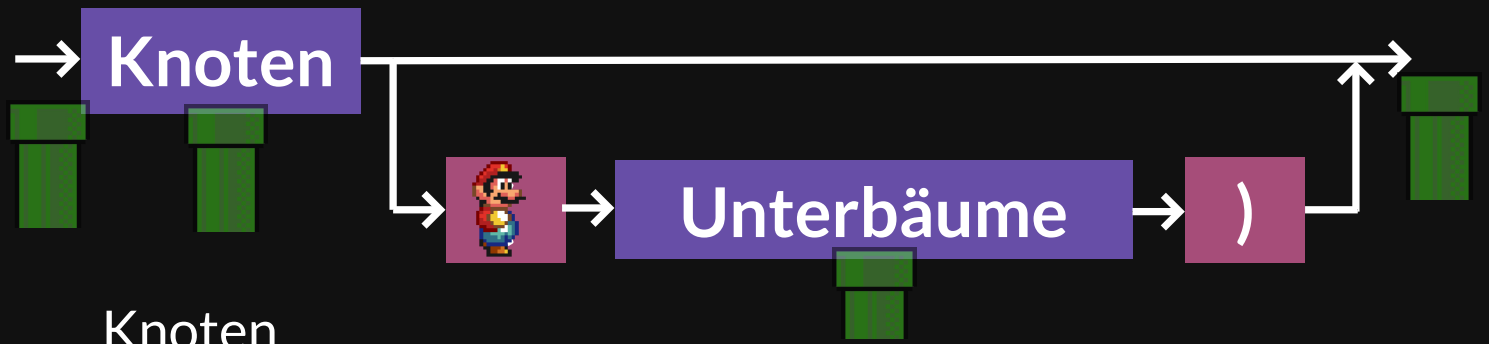
Unterbäume



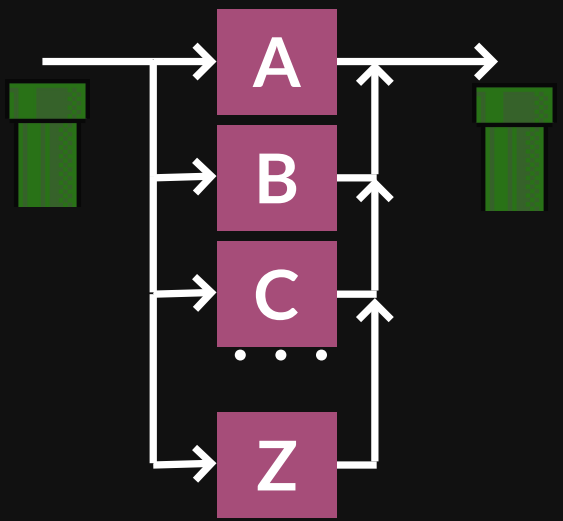

```
A(B(C,D))
```

Parser

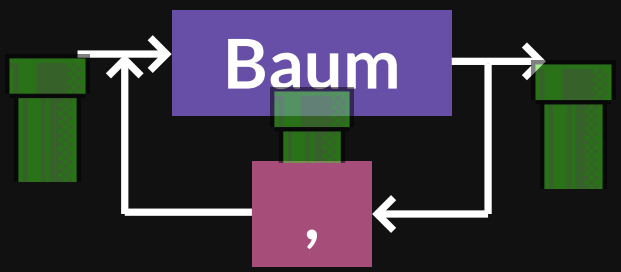
Baum



Knoten

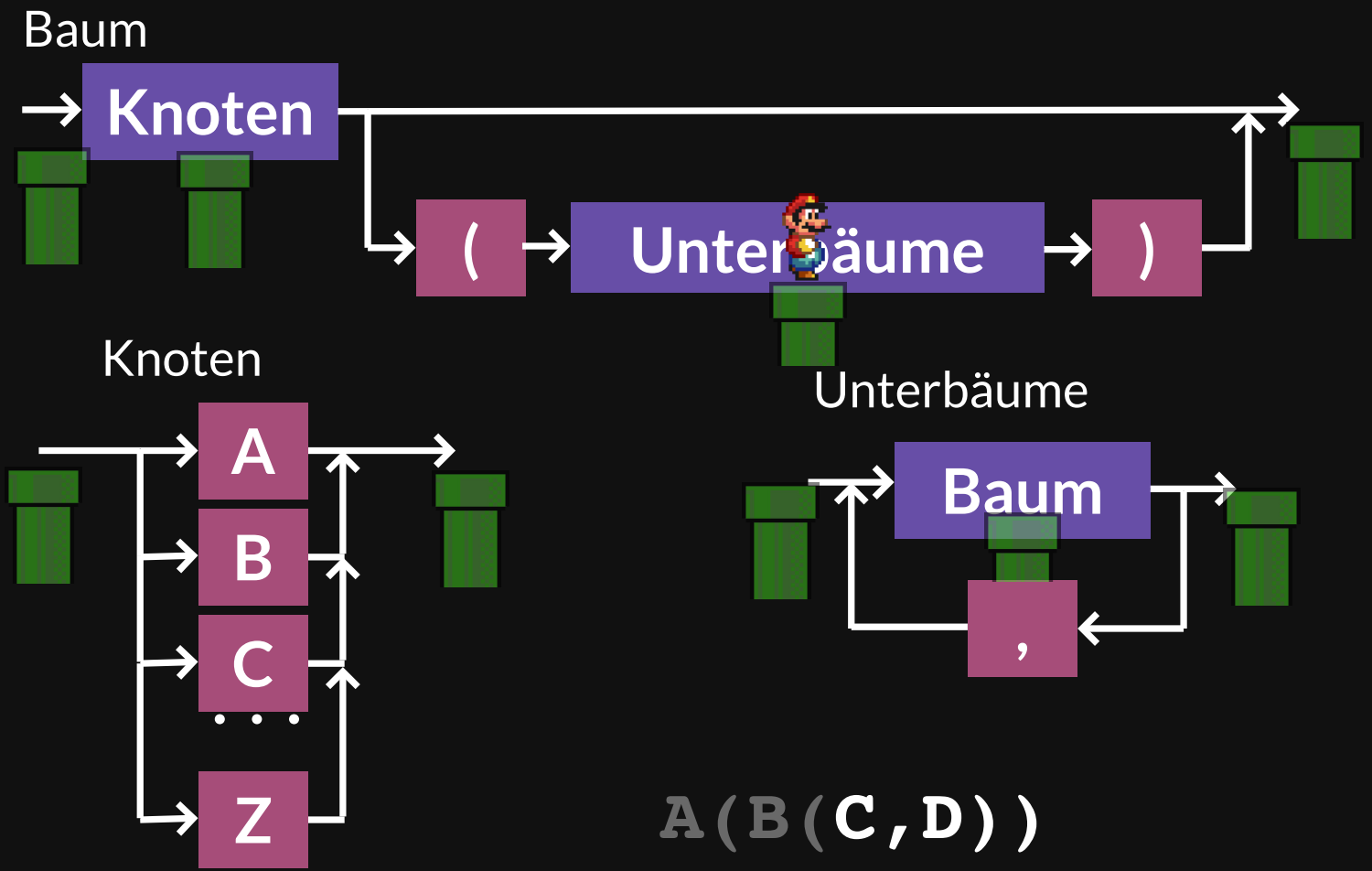


Unterbäume

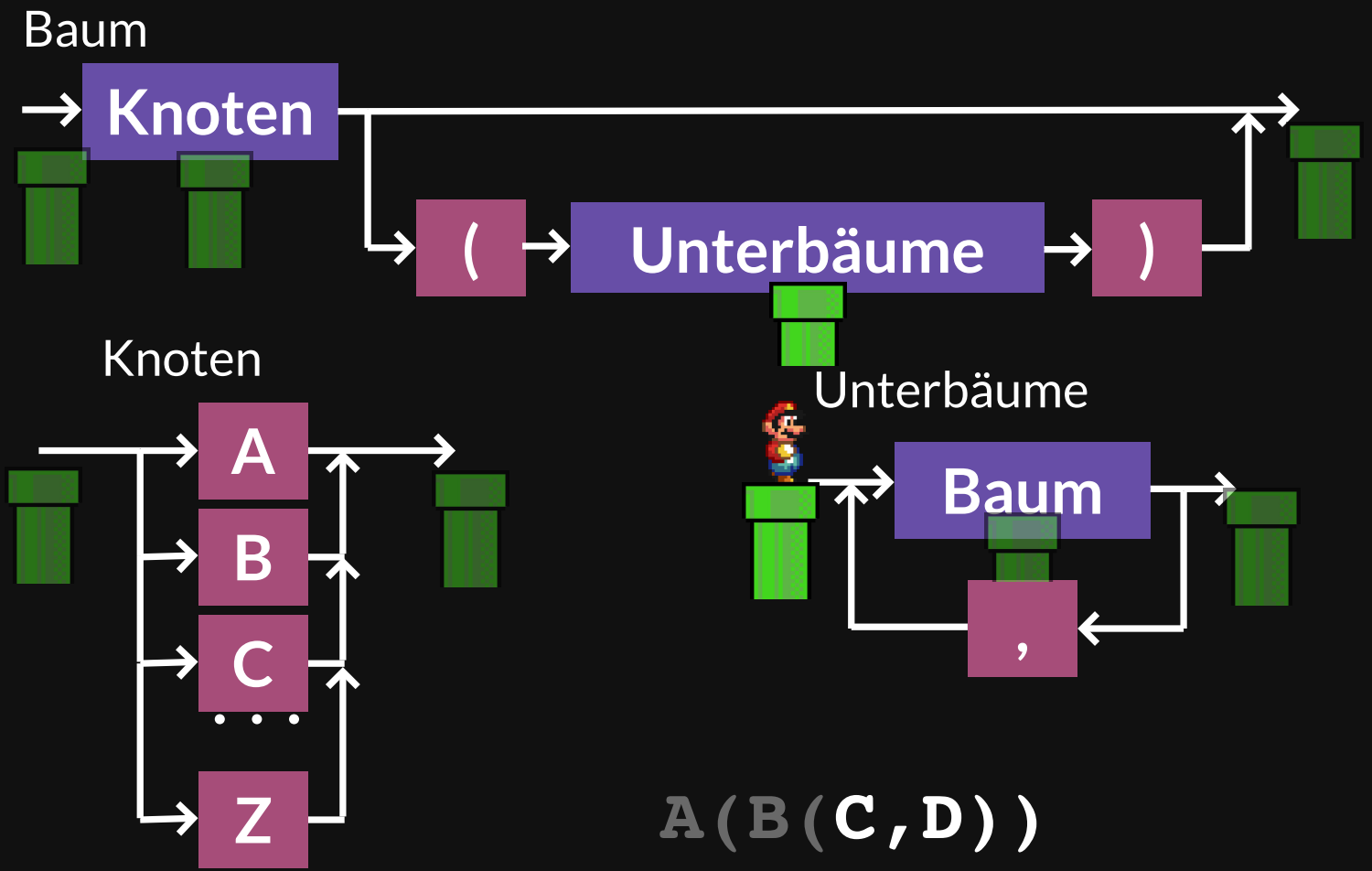



```
A(B(C,D))
```

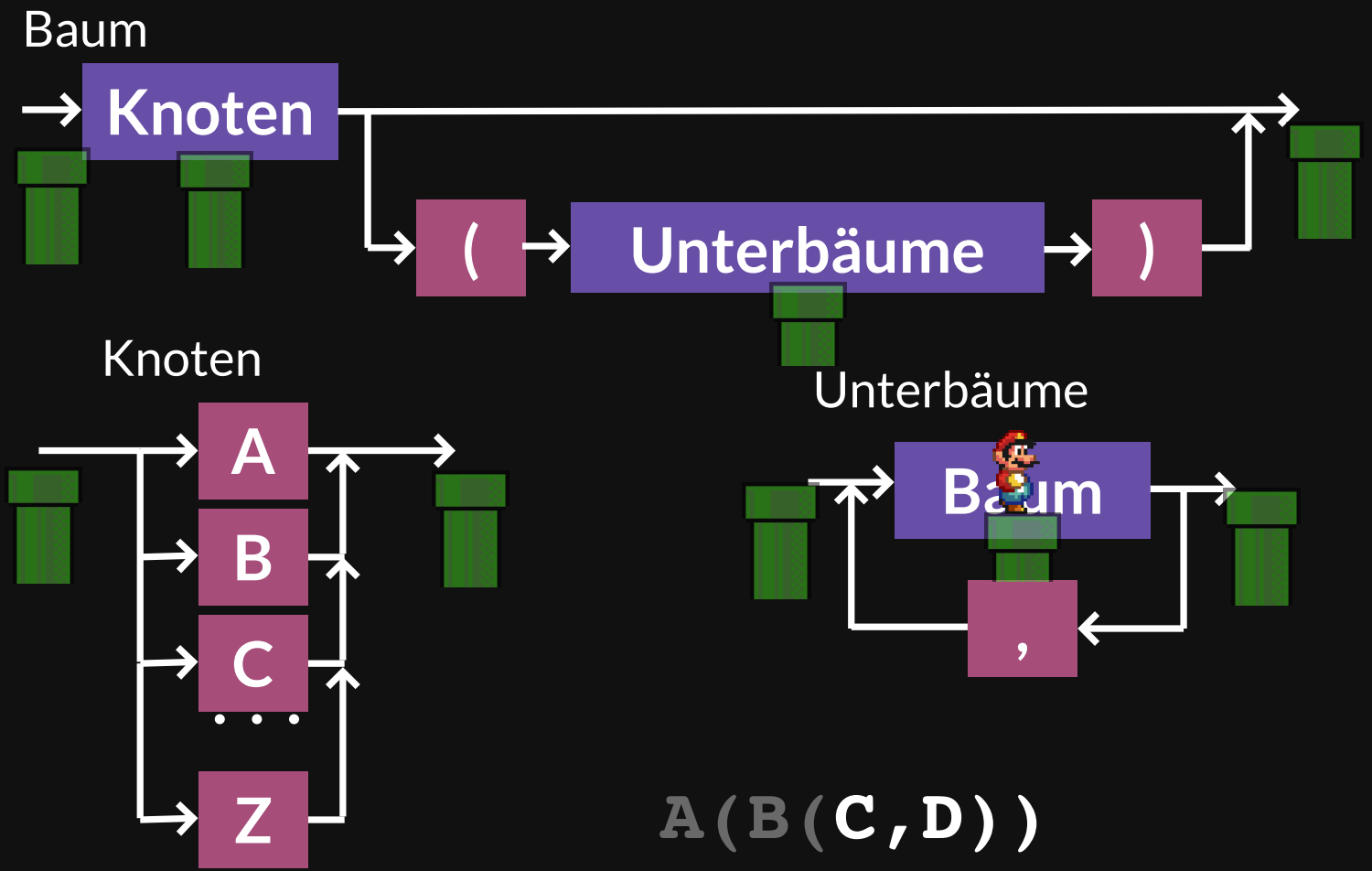
Parser



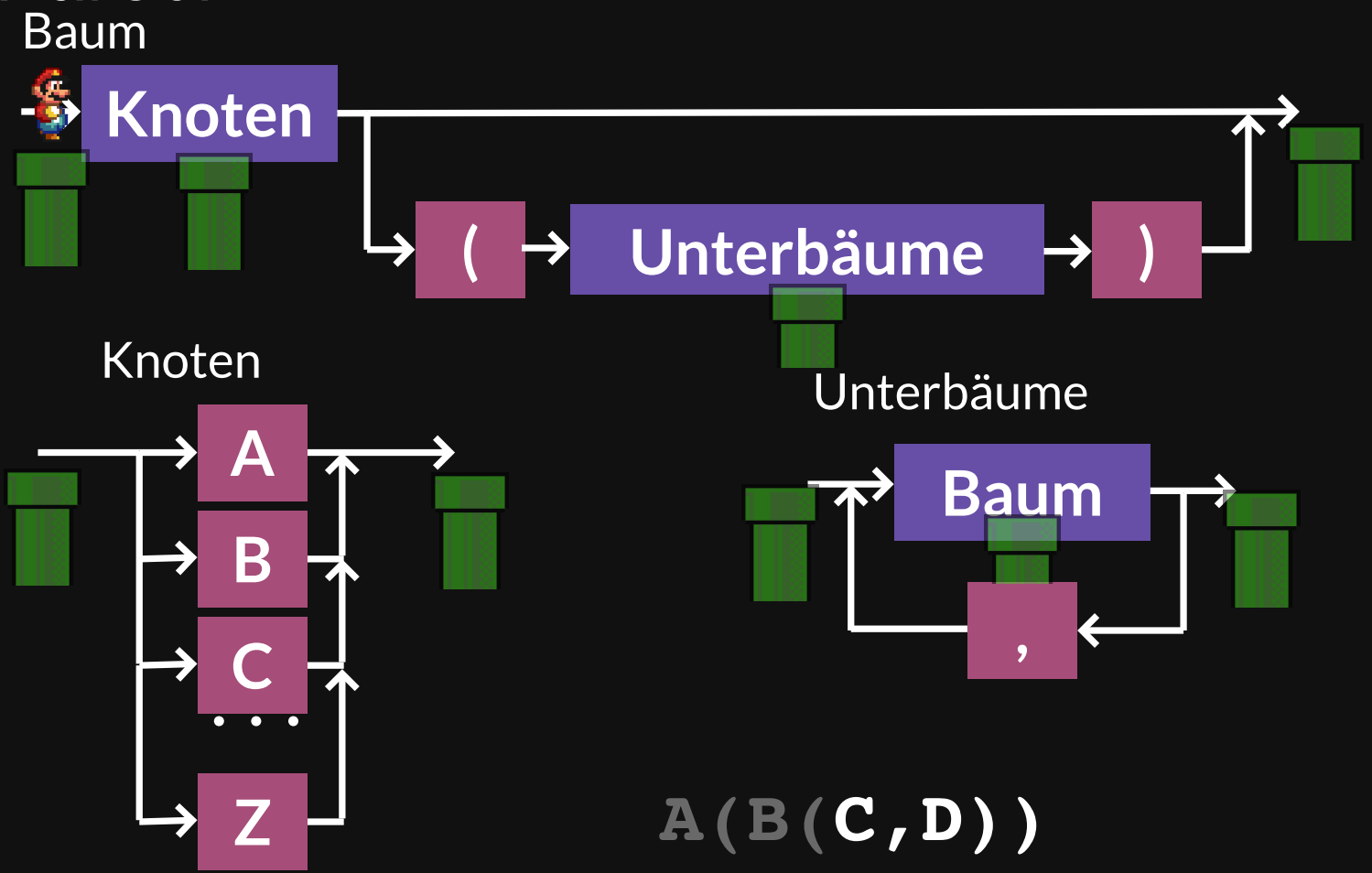
Parser



Parser

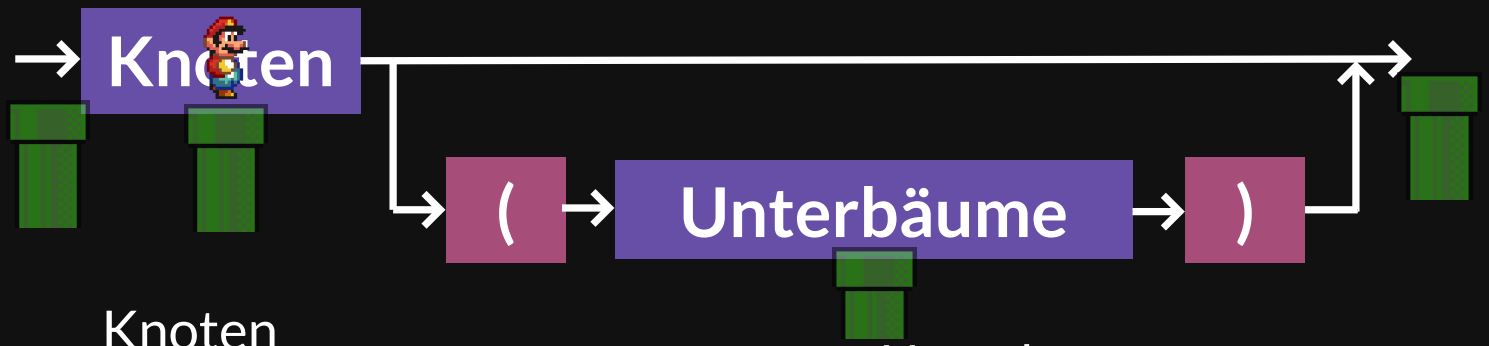


Parser

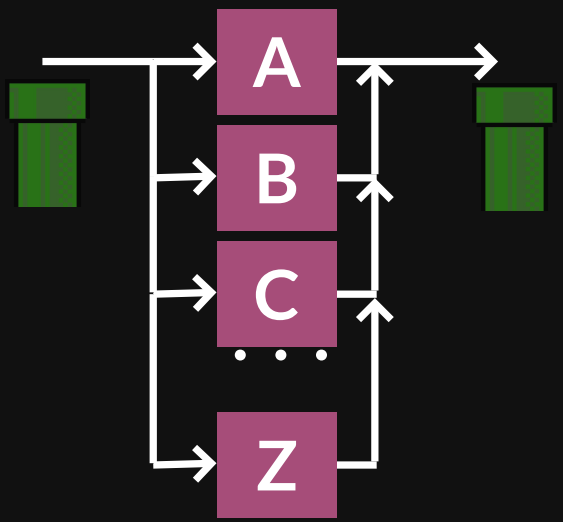


Parser

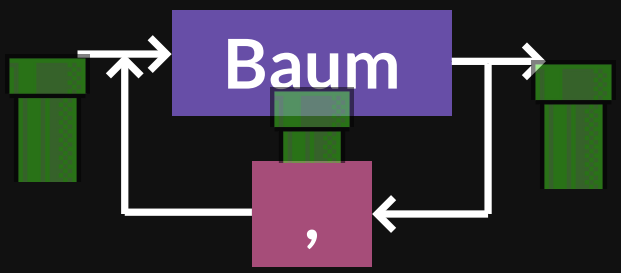
Baum



Knoten

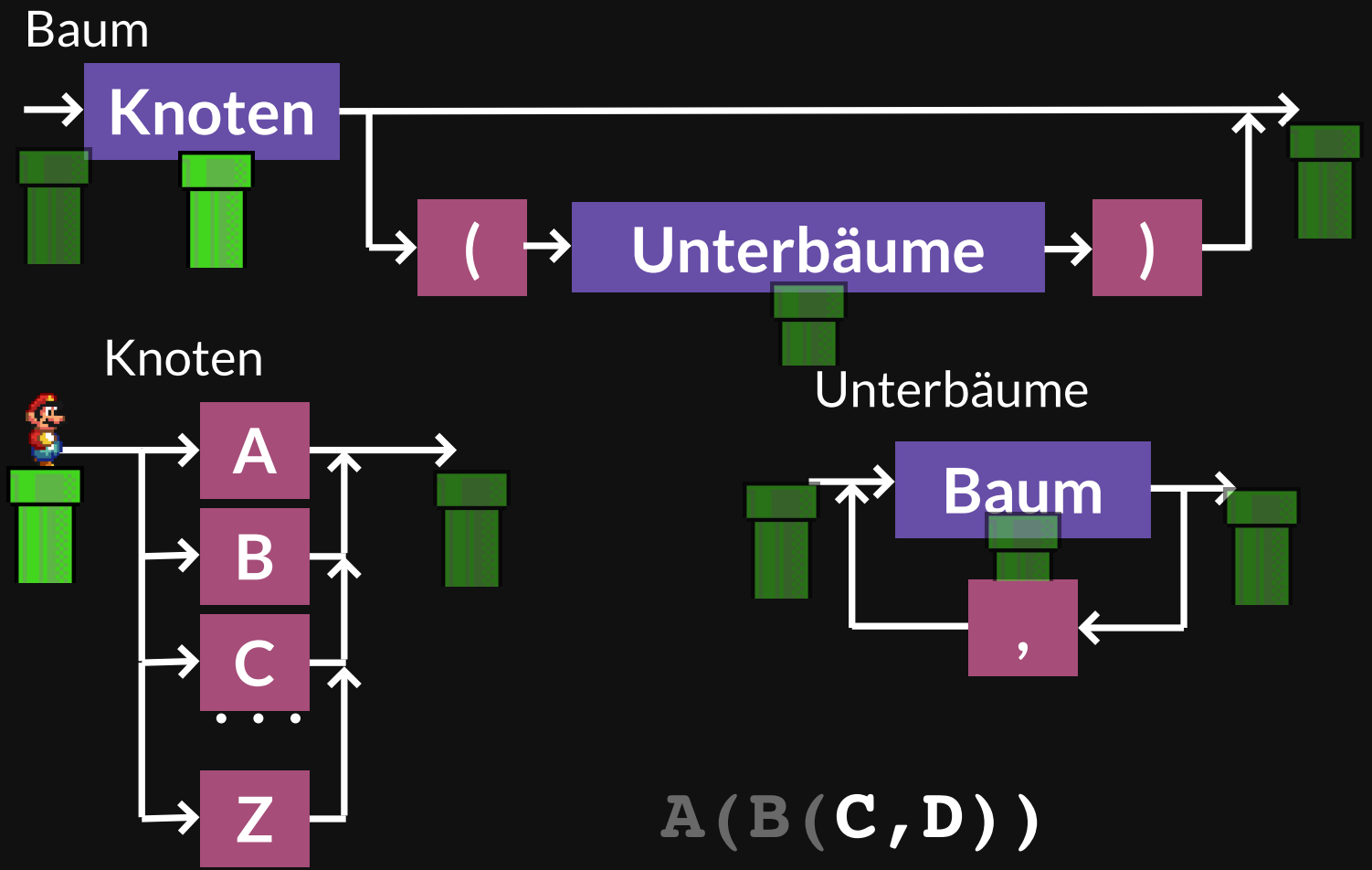


Unterbäume



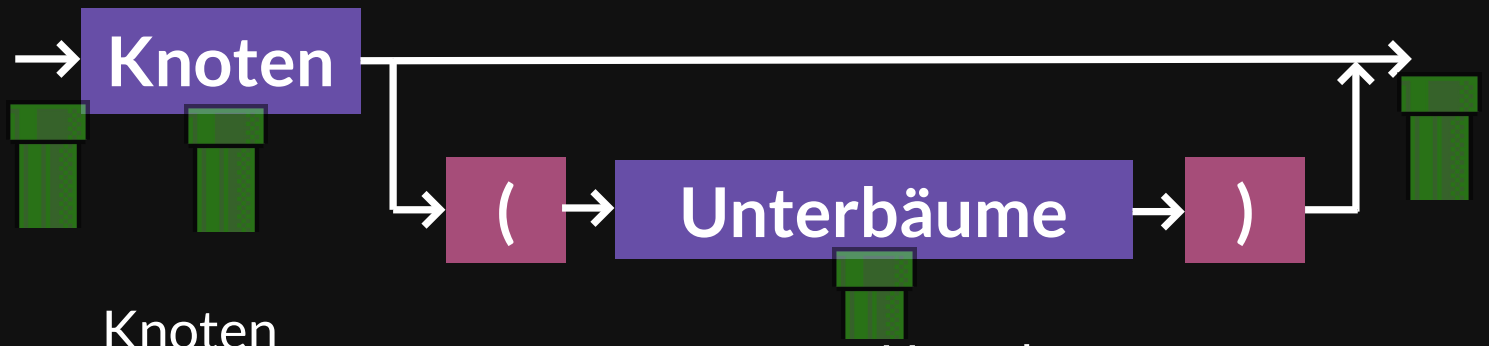

```
A(B(C,D))
```

Parser

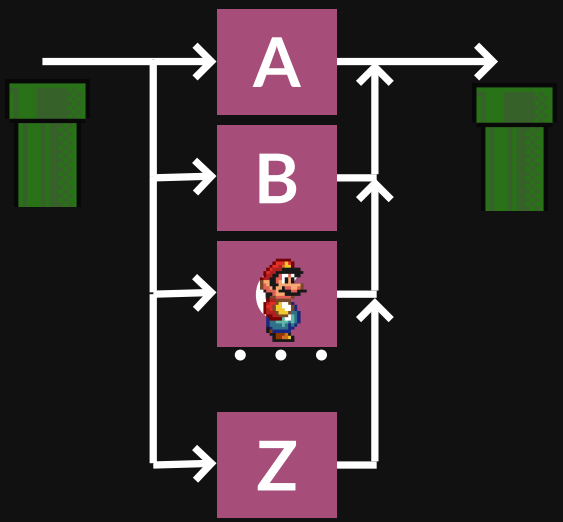


Parser

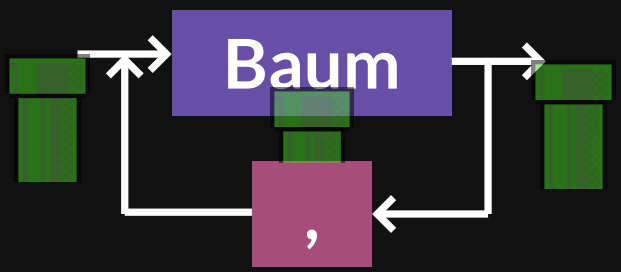
Baum



Knoten



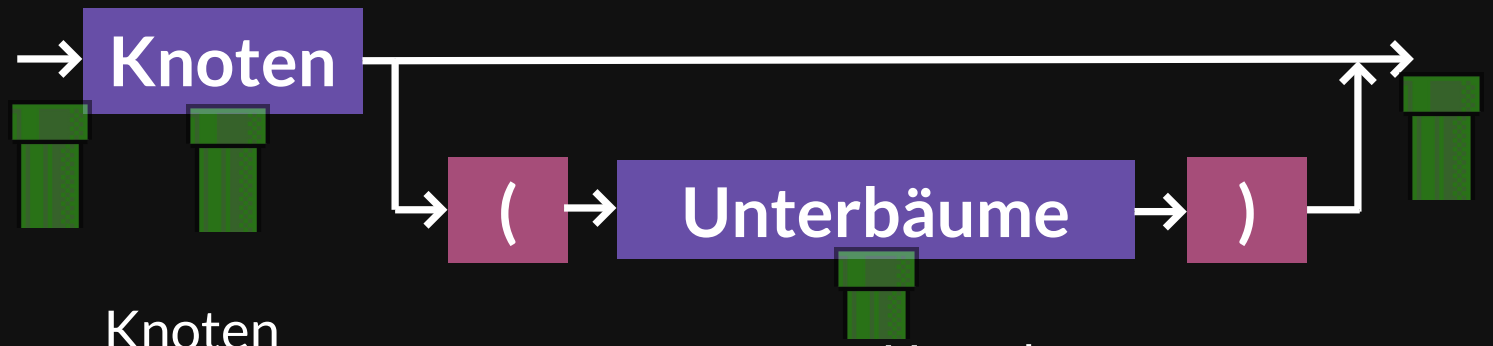
Unterbäume



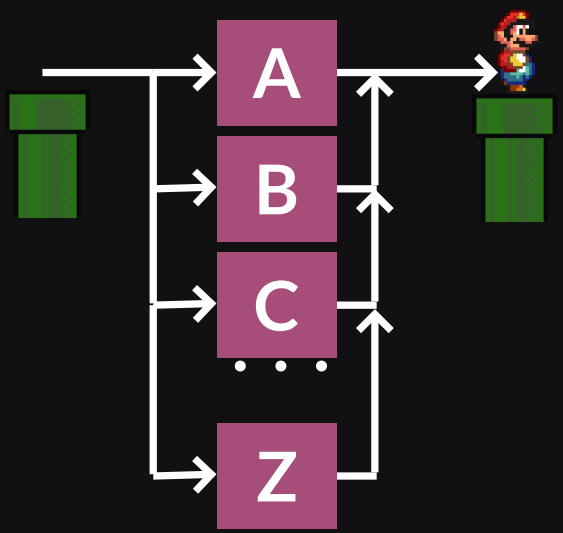

```
A(B(C,D))
```

Parser

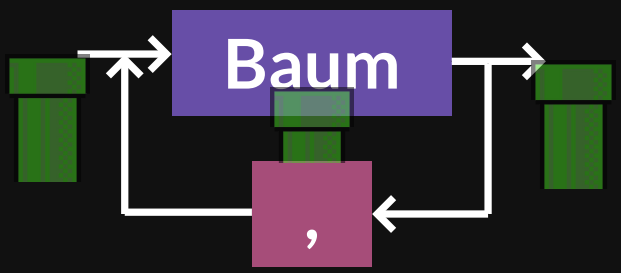
Baum



Knoten

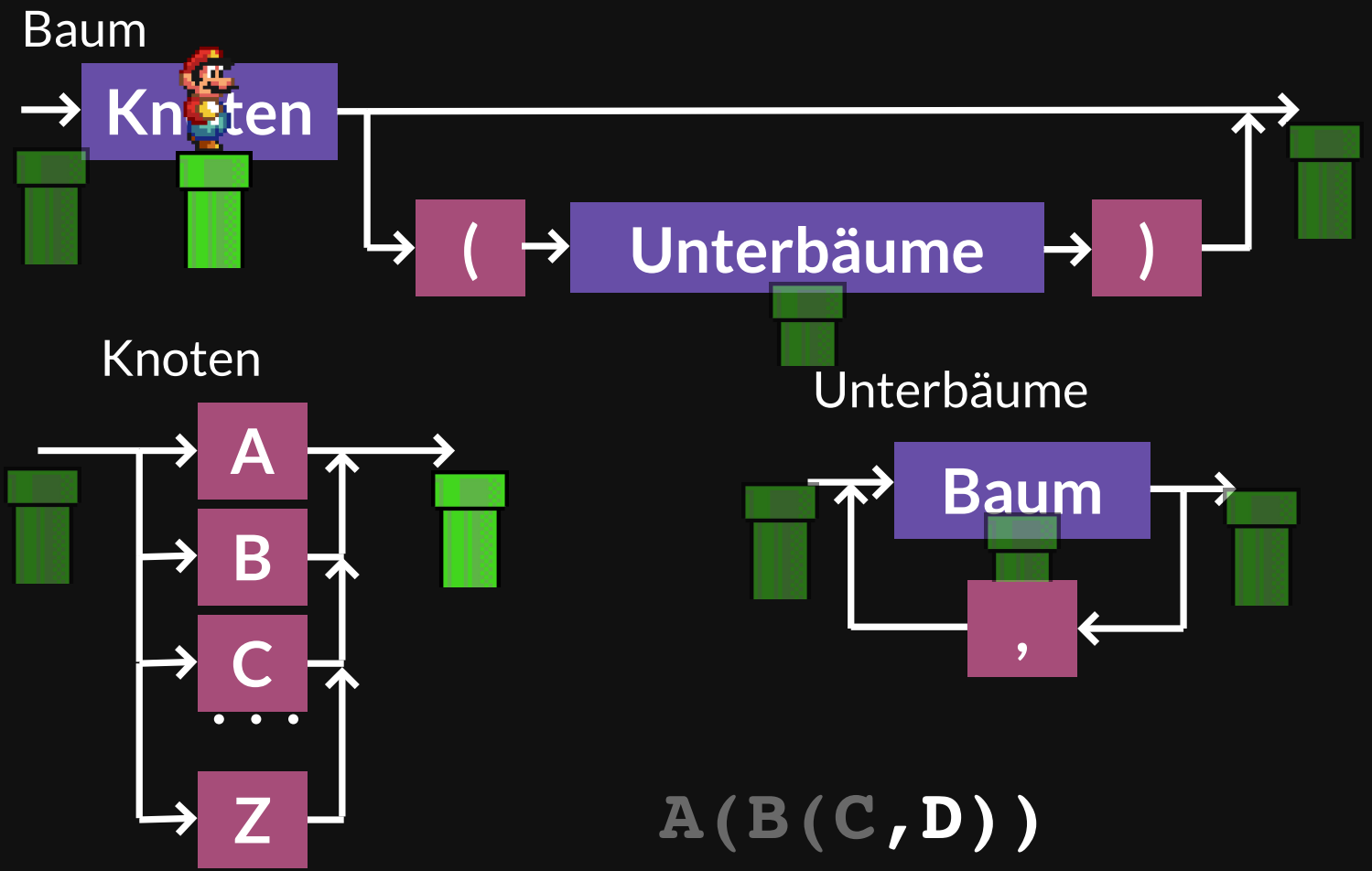


Unterbäume

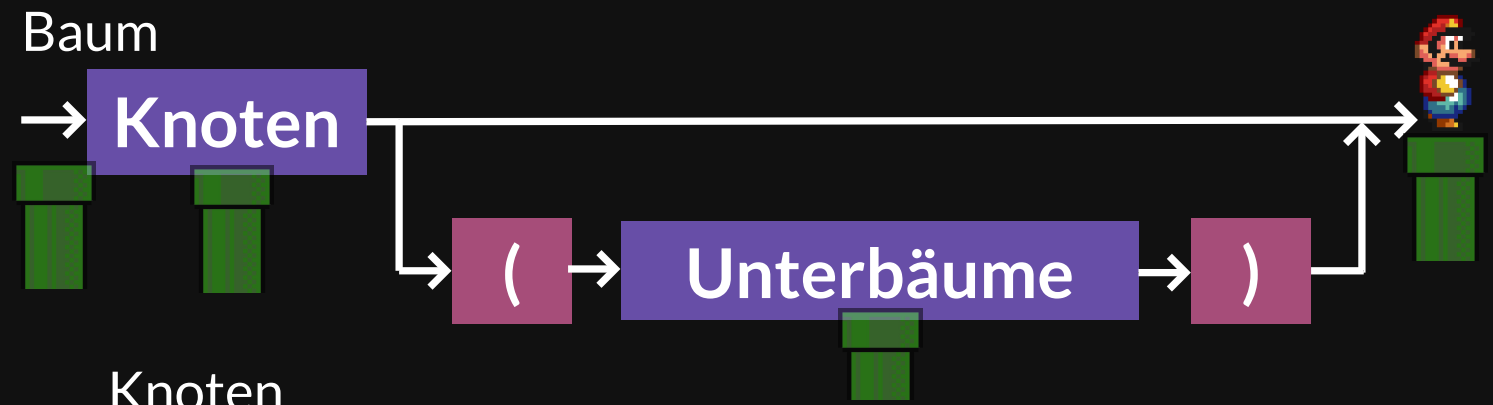


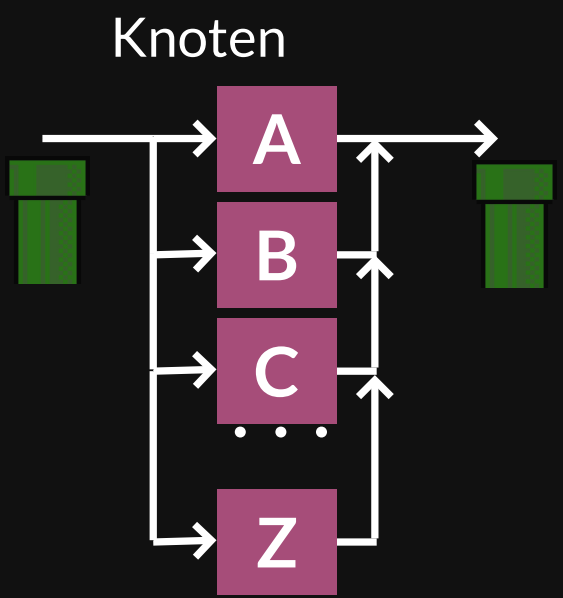

```
A(B(C,D))
```

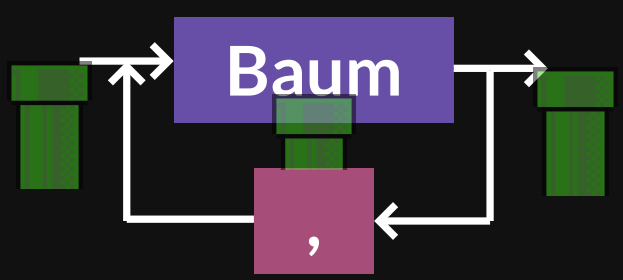
Parser



Parser



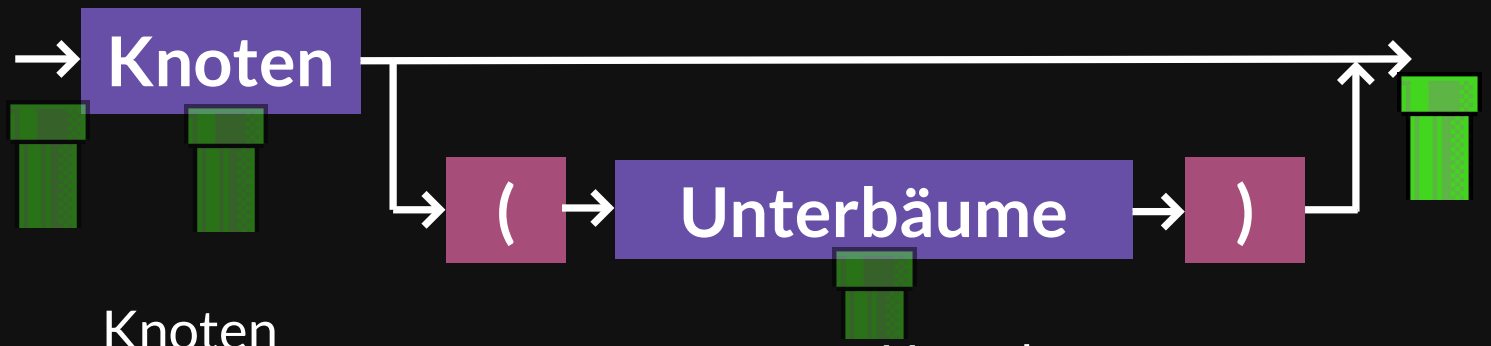




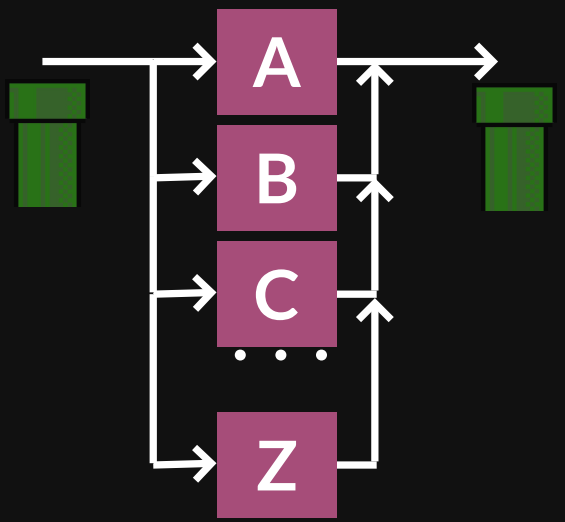

```
A(B(C,D))
```

Parser

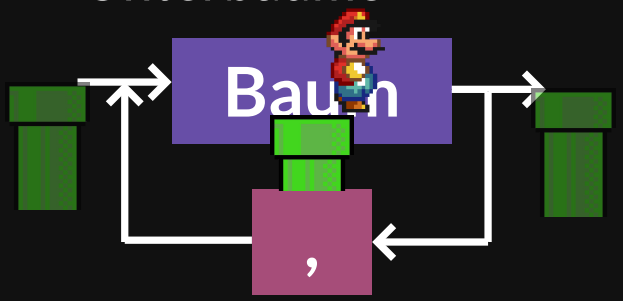
Baum



Knoten

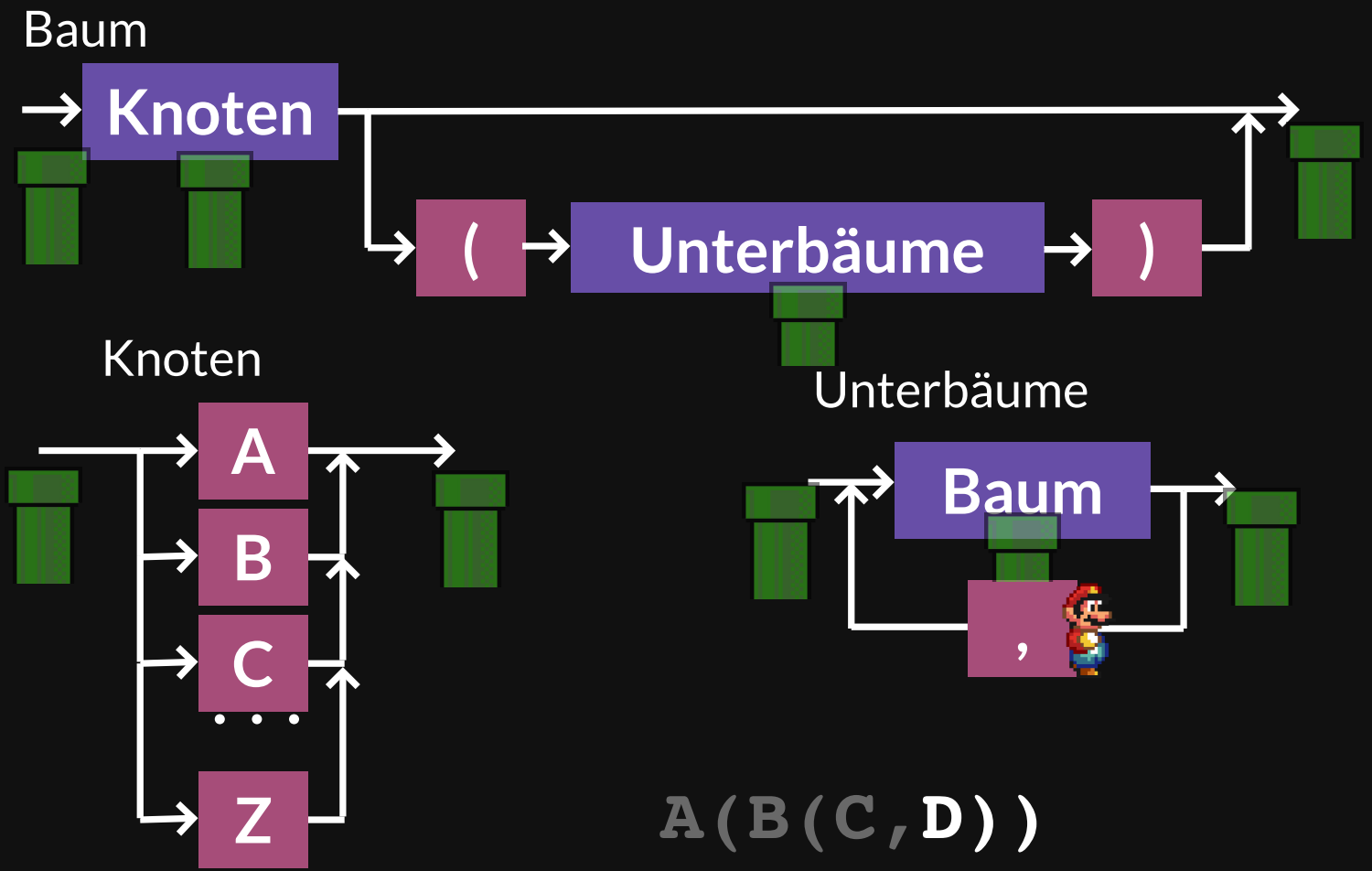


Unterbäume

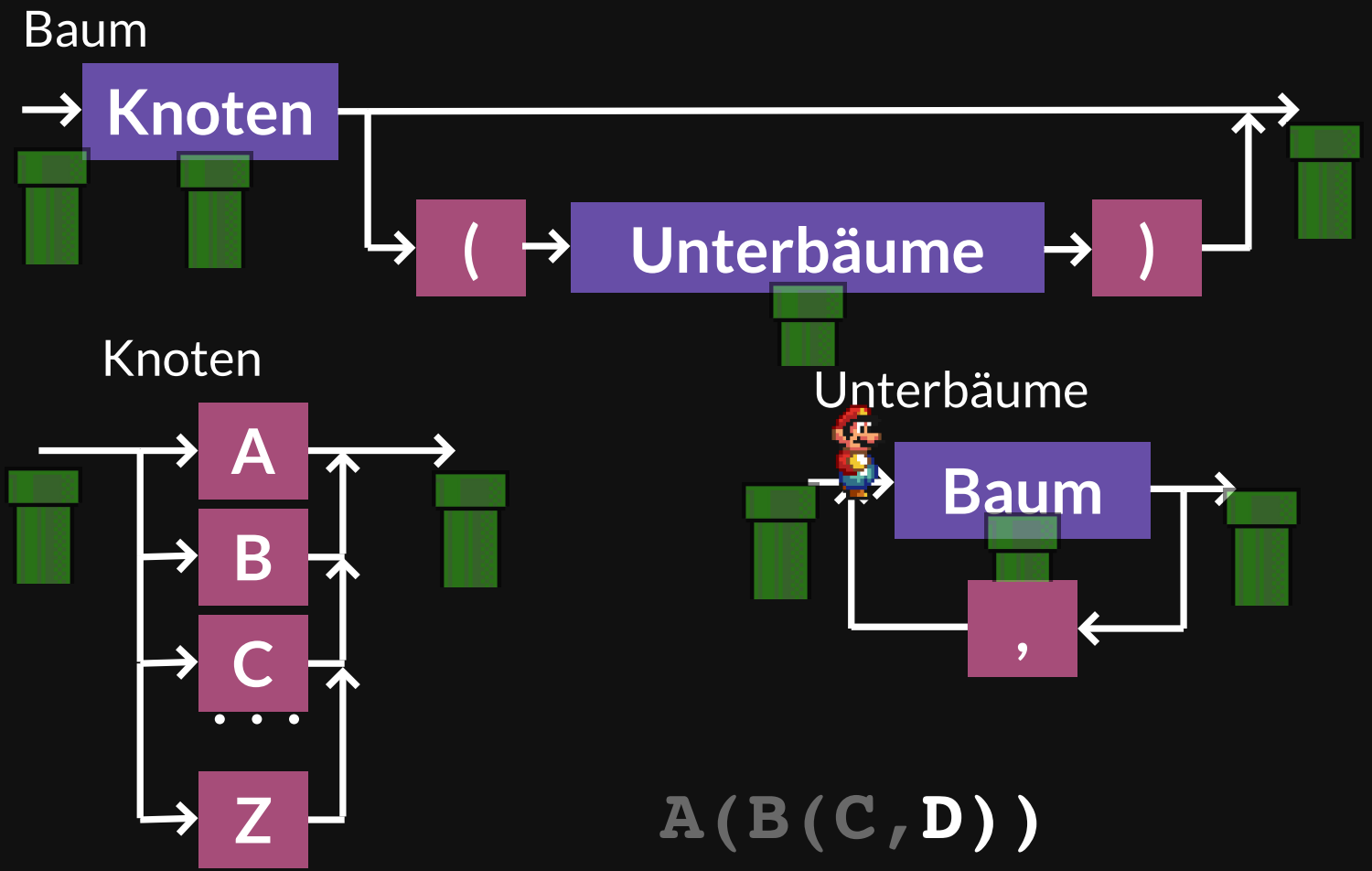



```
A(B(C,D))
```

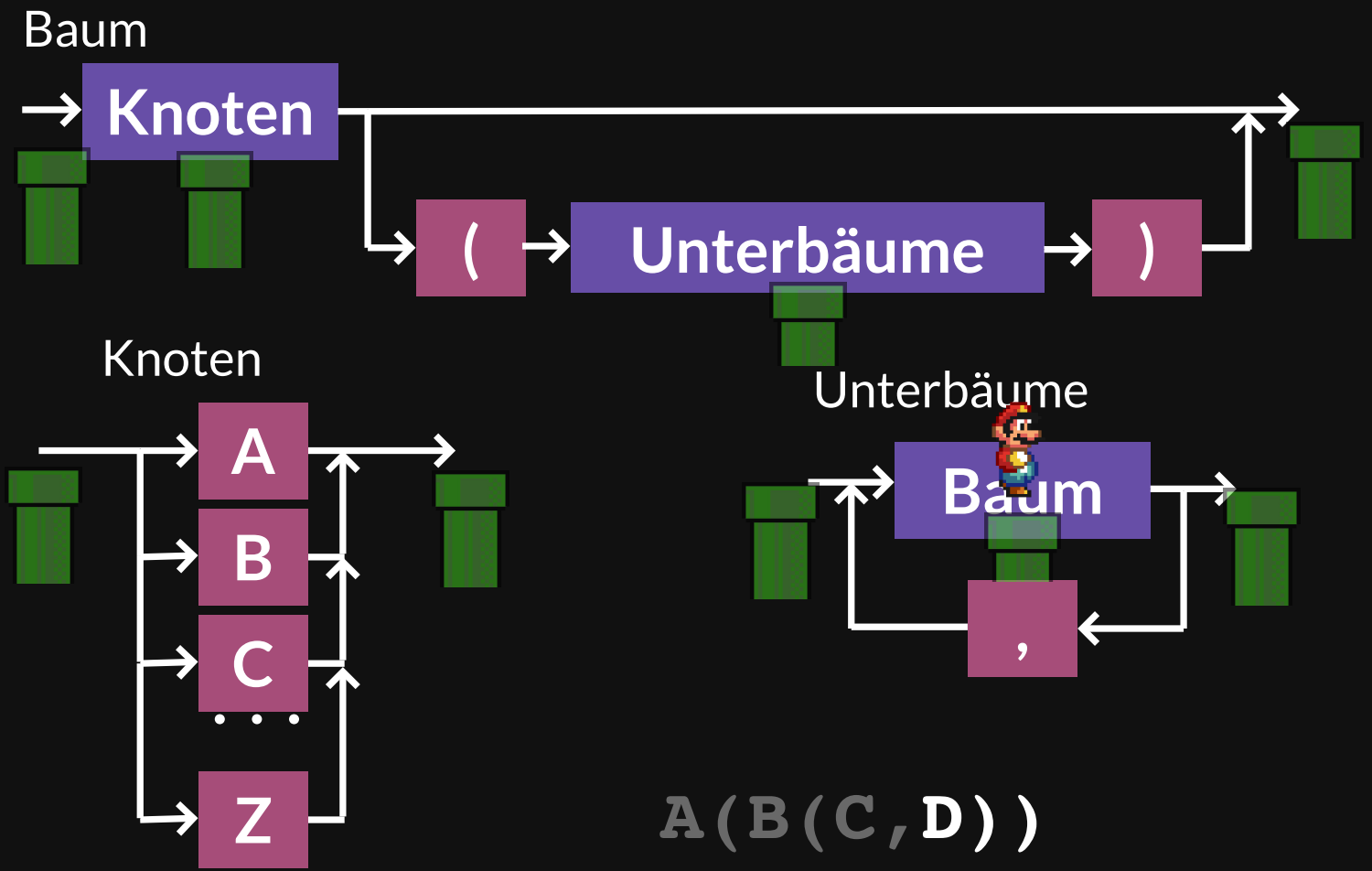
Parser



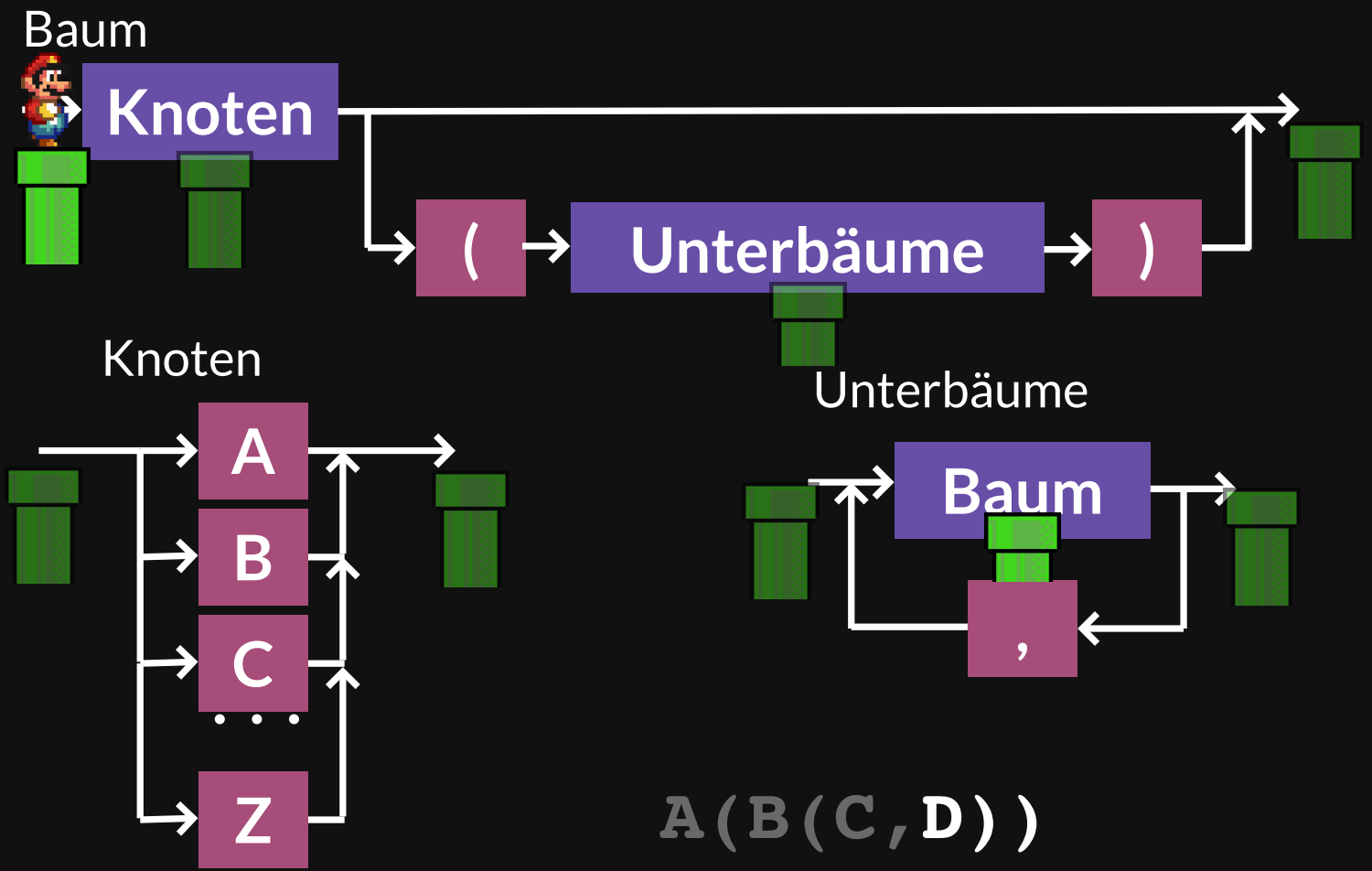
Parser



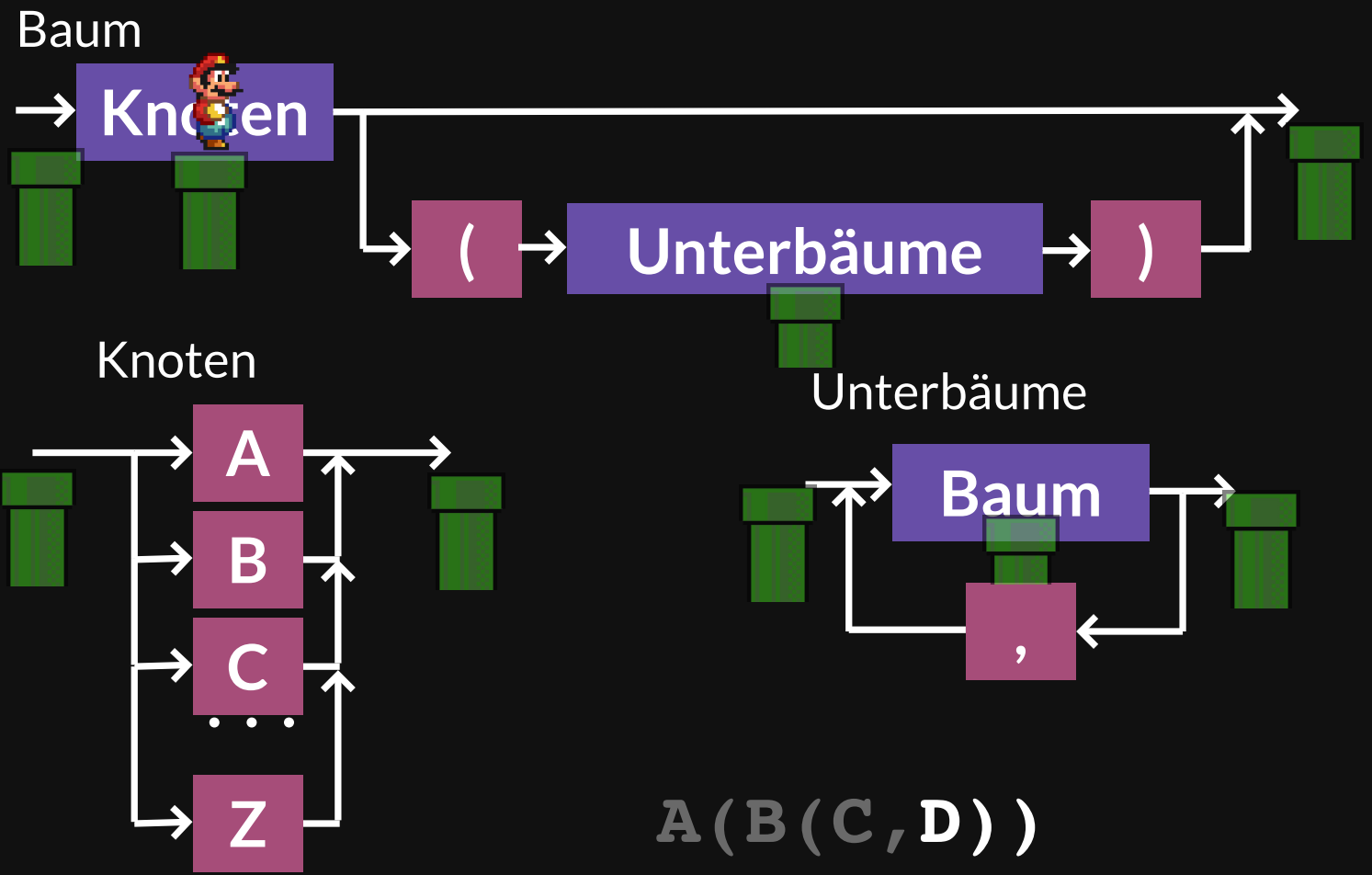
Parser



Parser

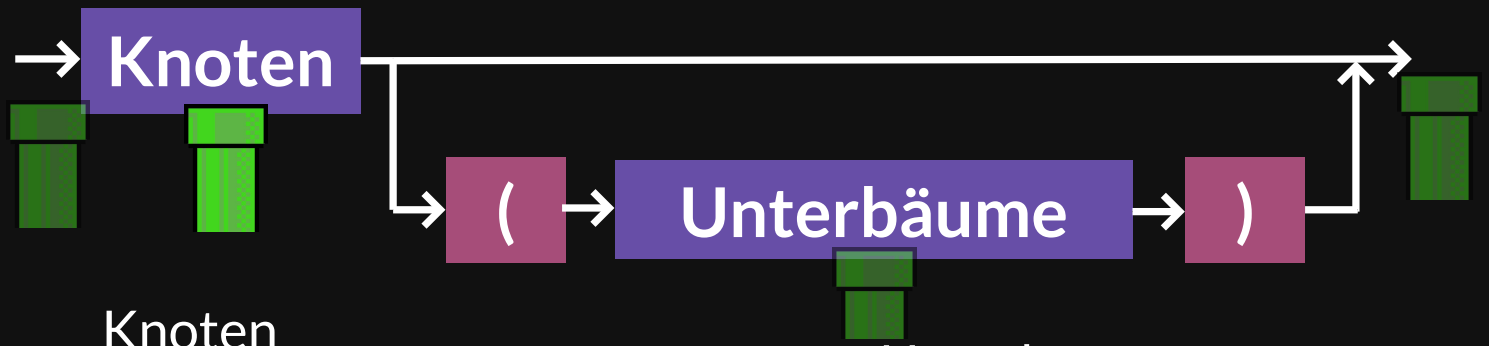


Parser

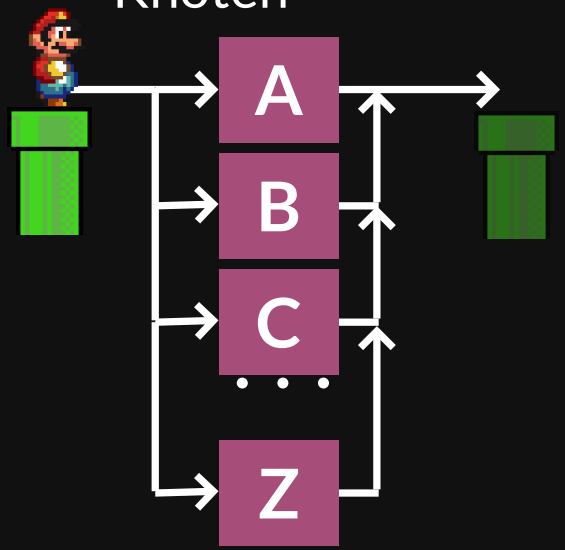


Parser

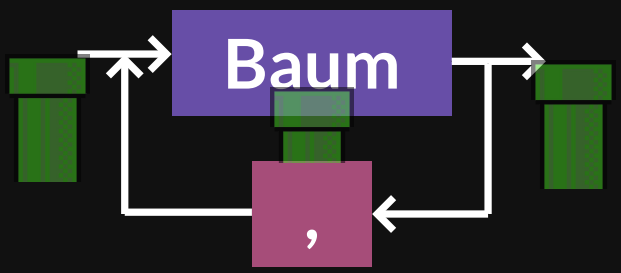
Baum



Knoten



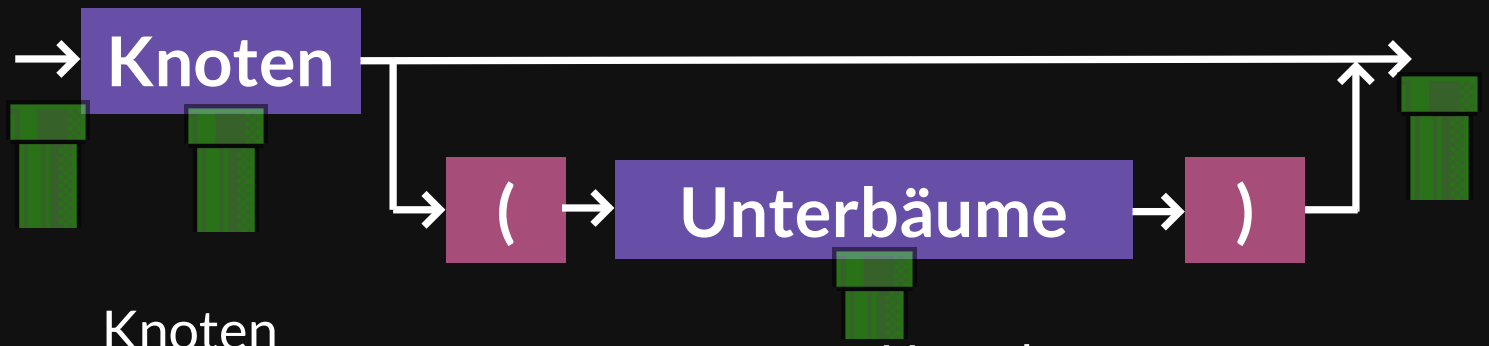
Unterbäume



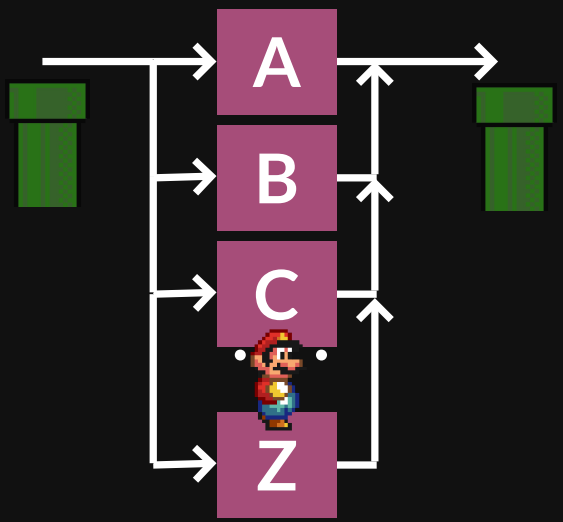

```
A(B(C,D))
```

Parser

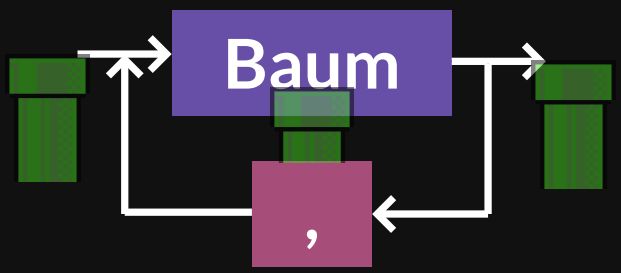
Baum



Knoten

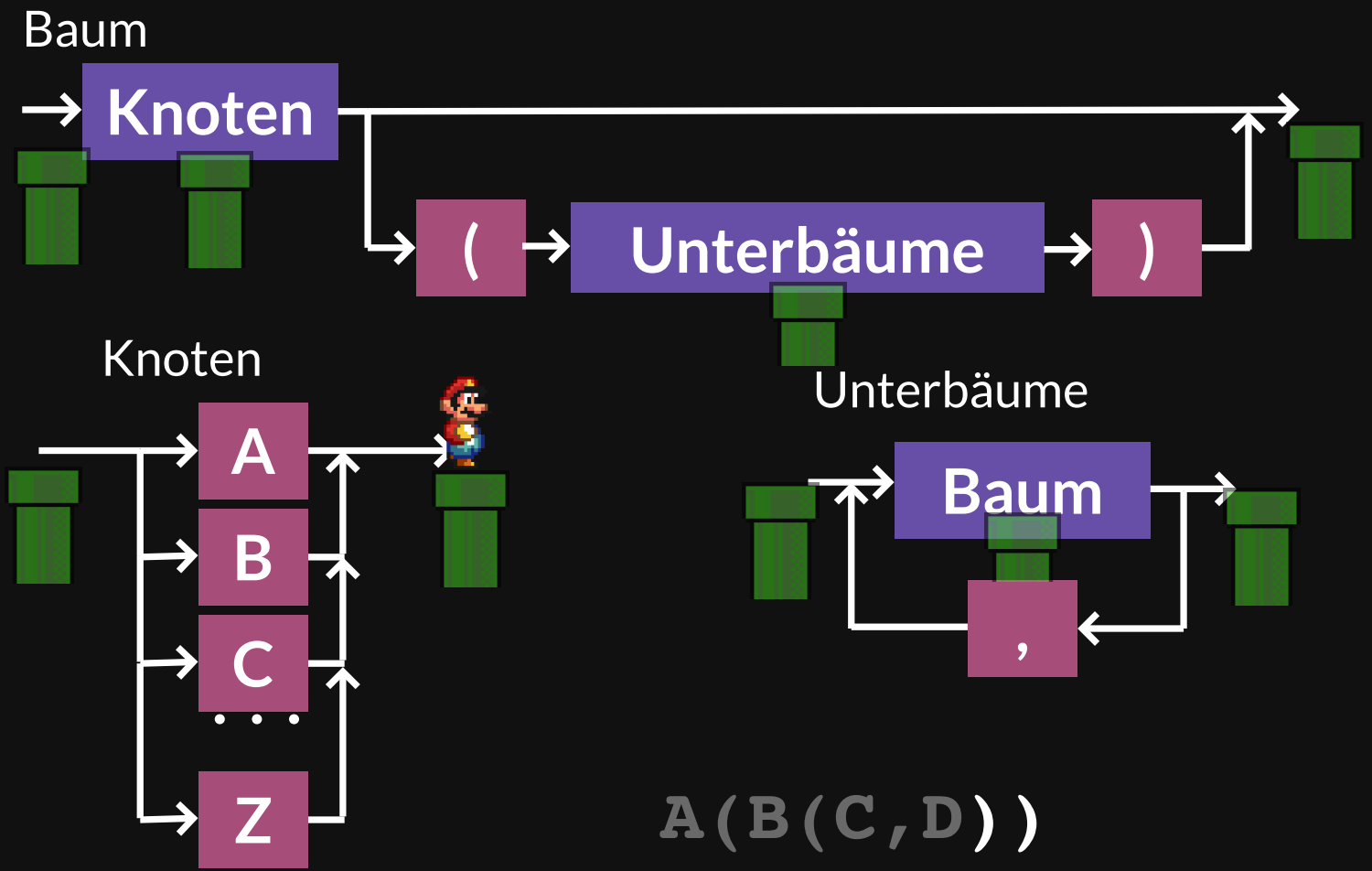


Unterbäume

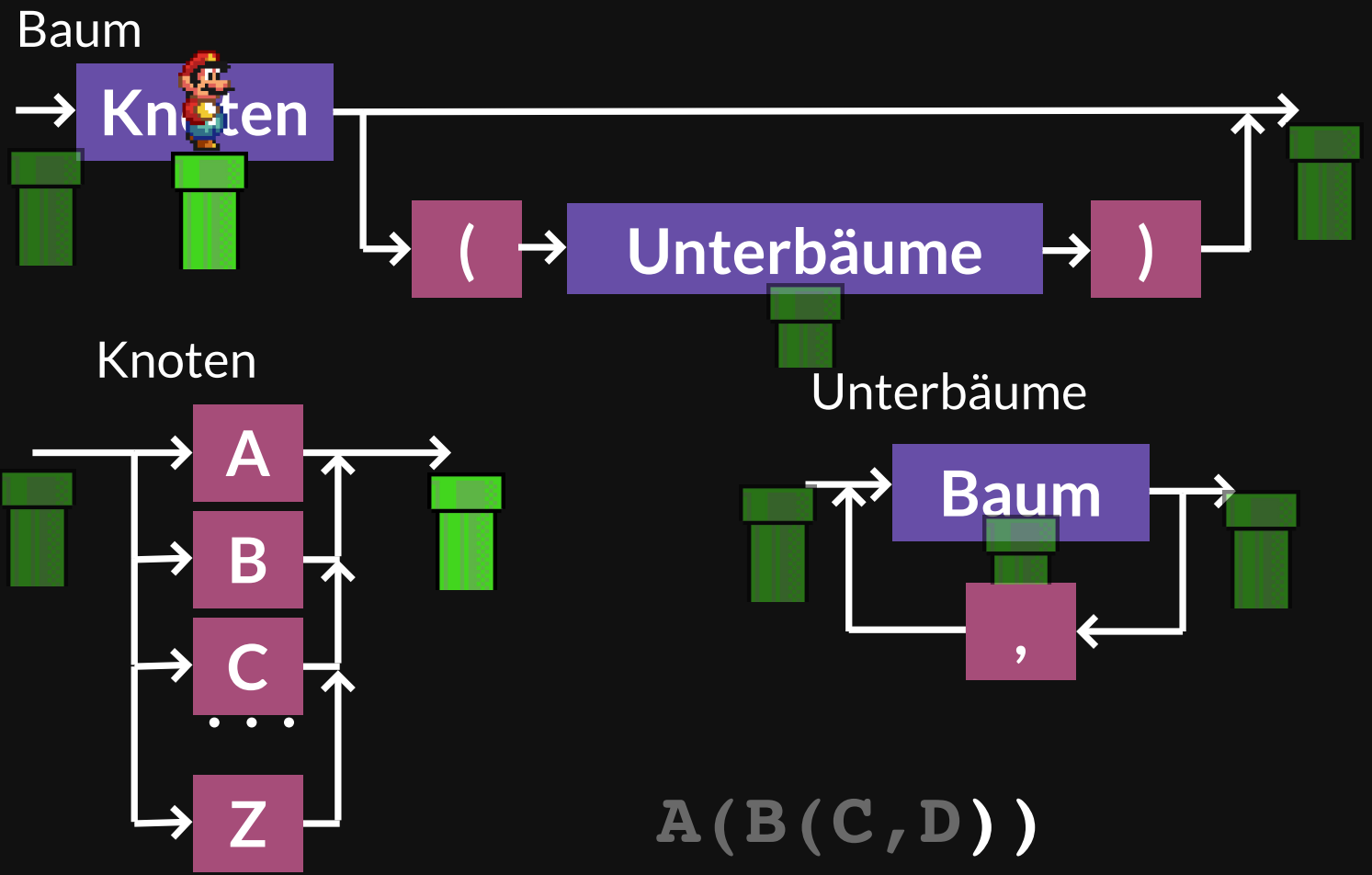



```
A(B(C,D))
```

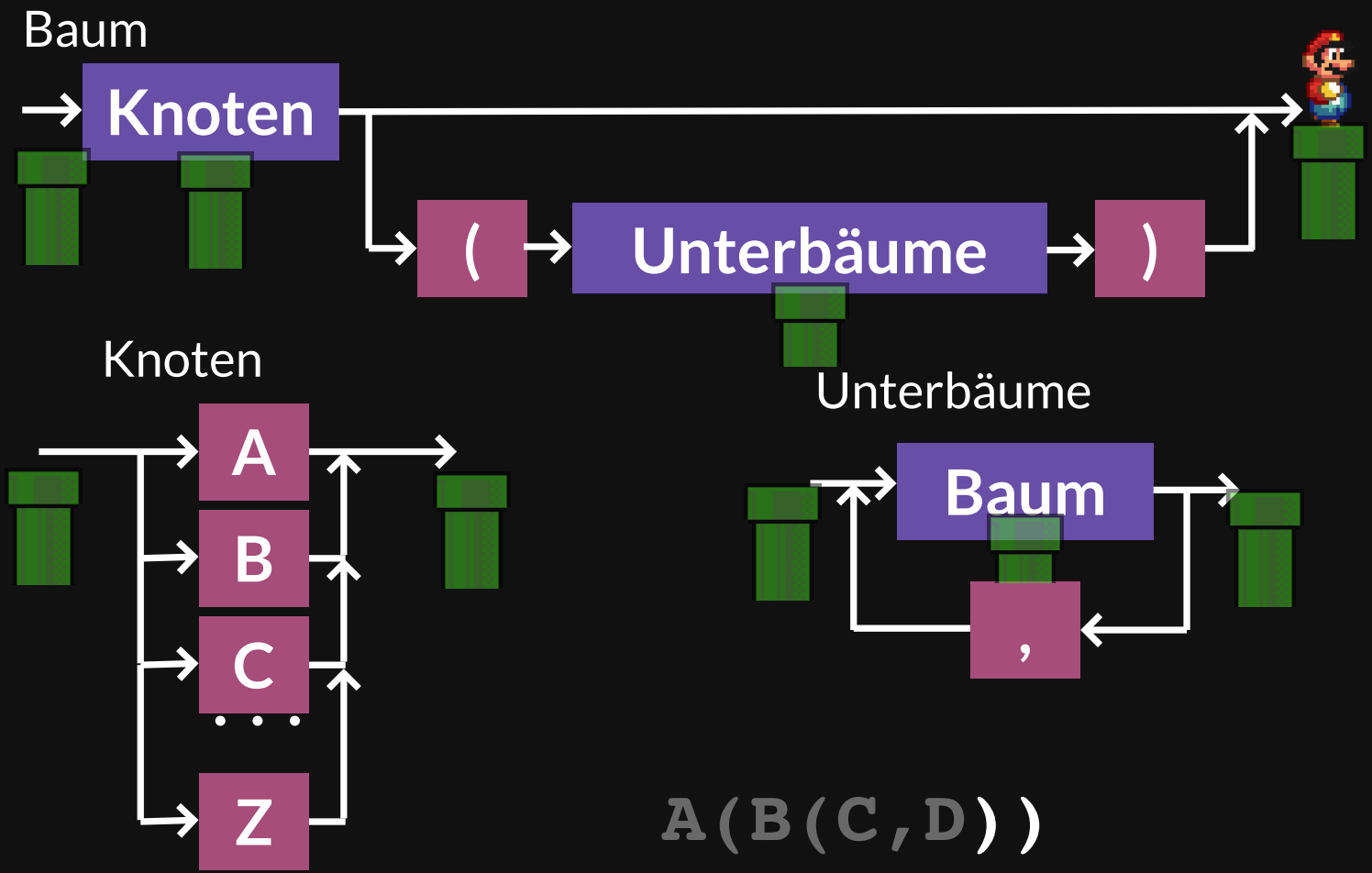
Parser



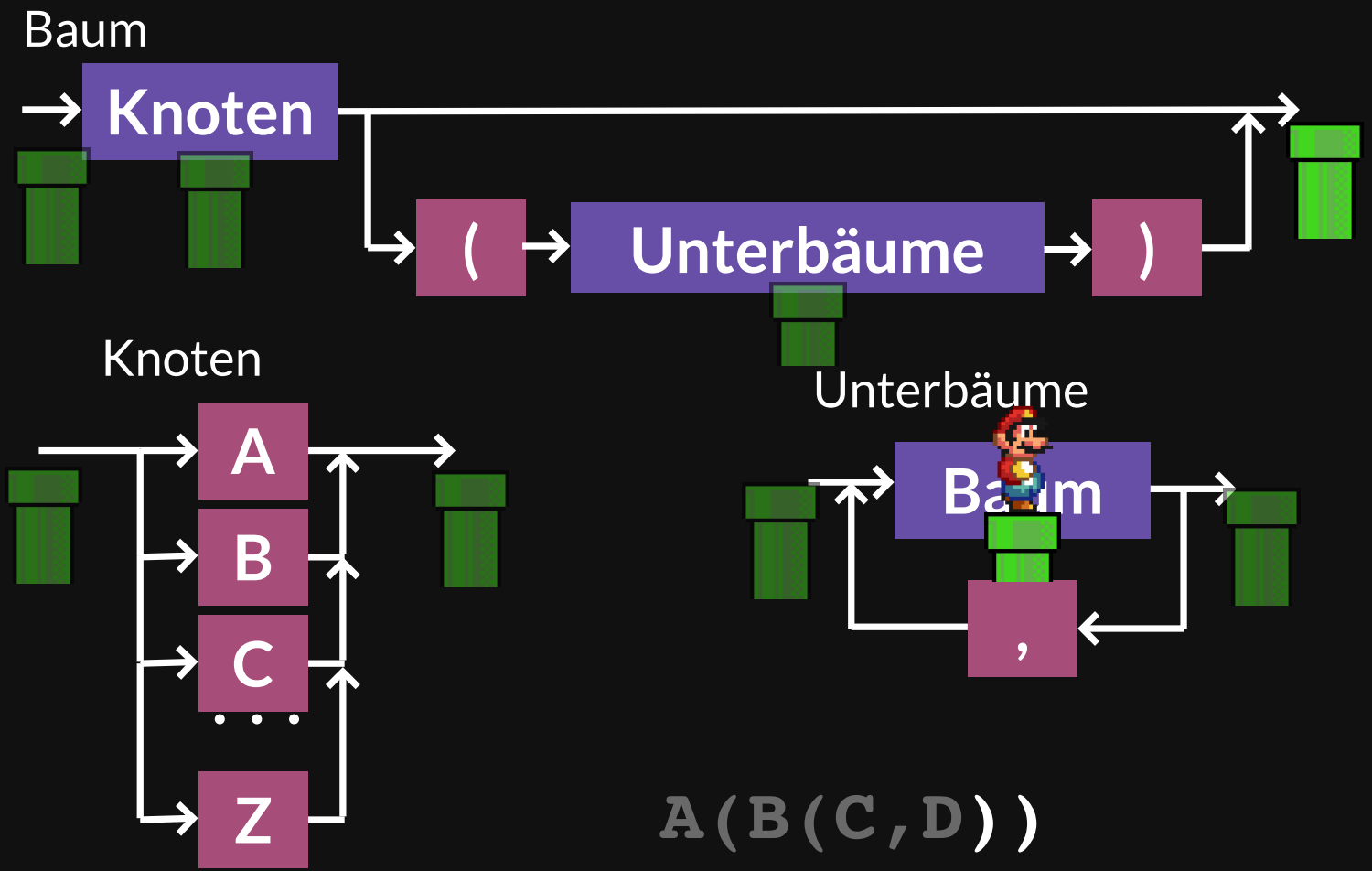
Parser



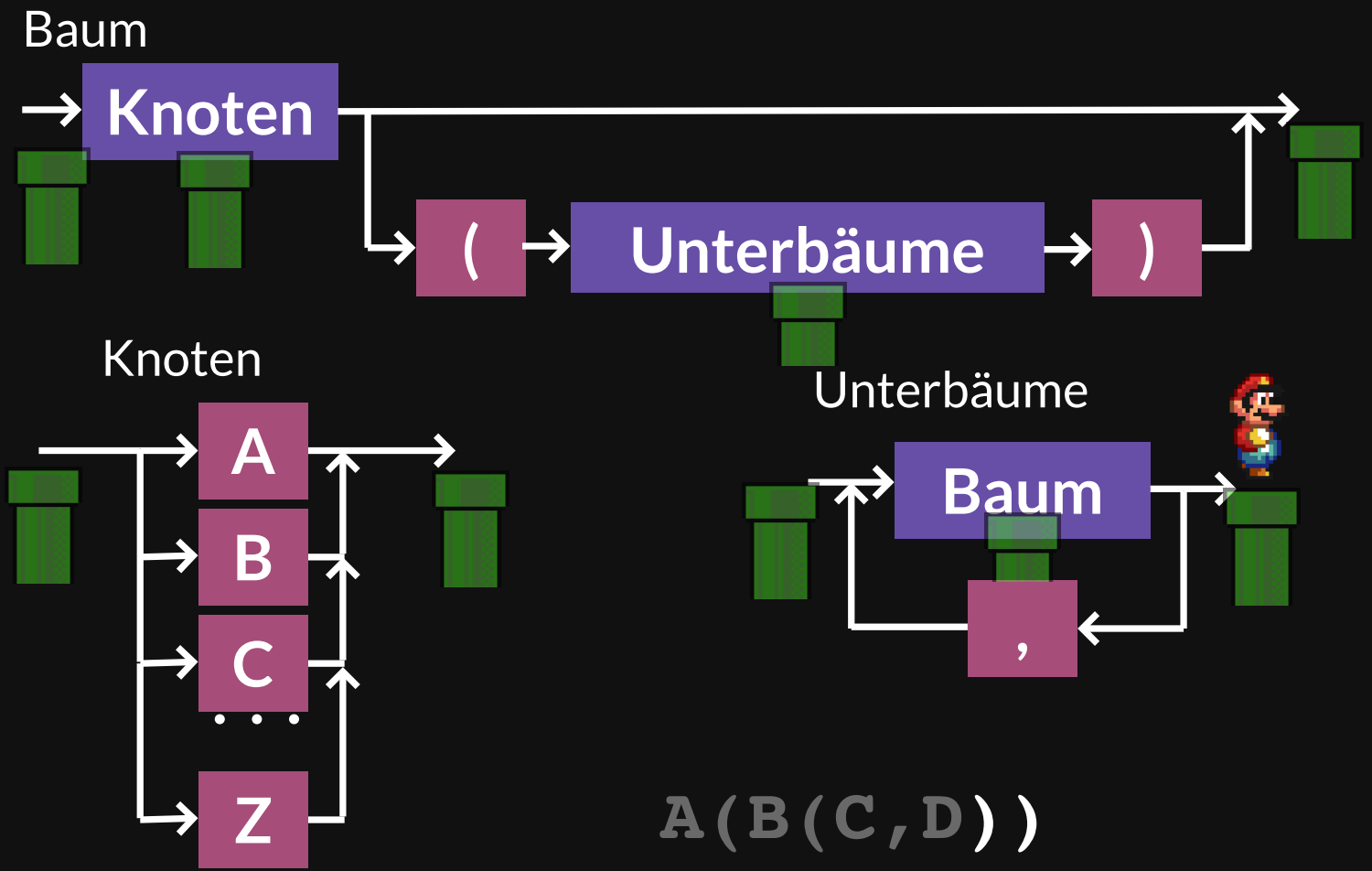
Parser



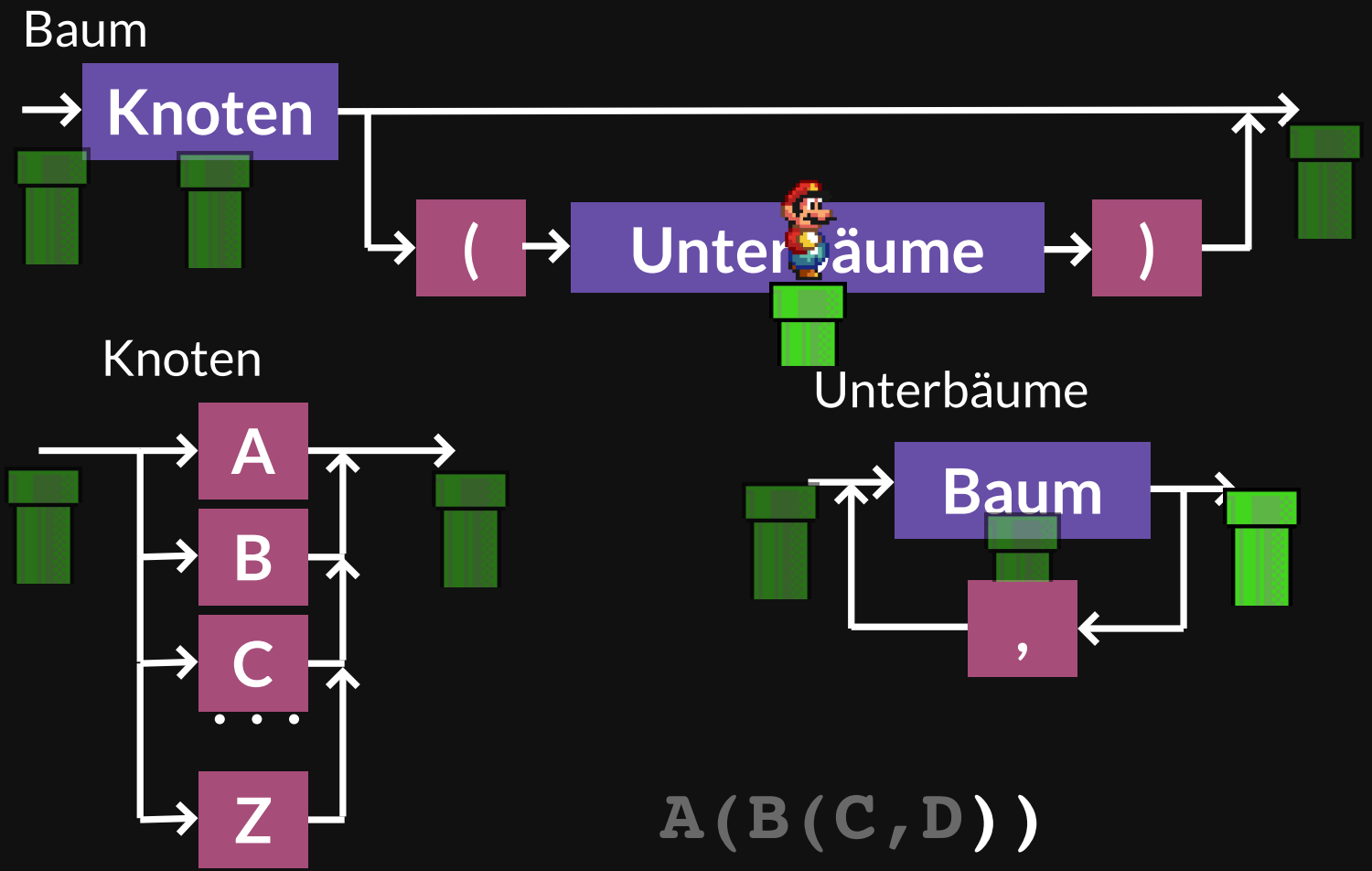
Parser



Parser

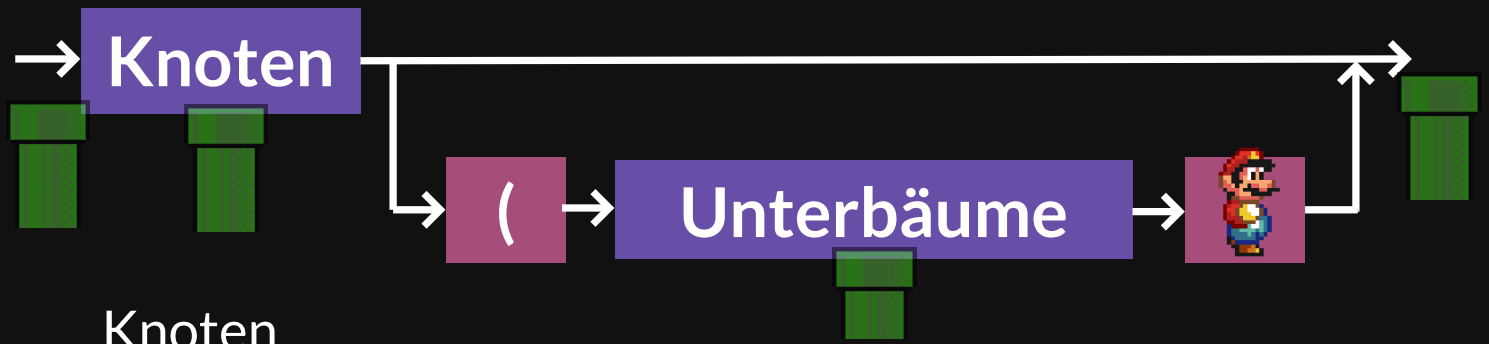


Parser

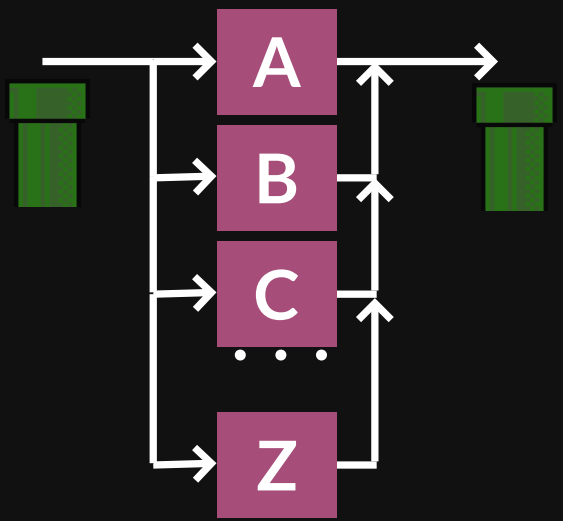


Parser

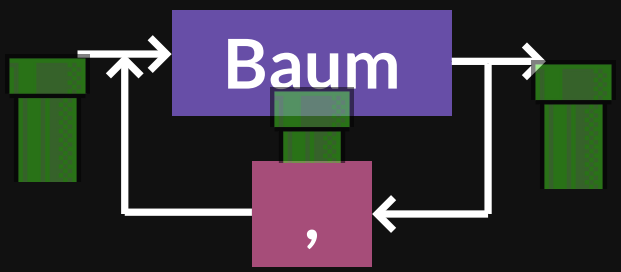
Baum



Knoten



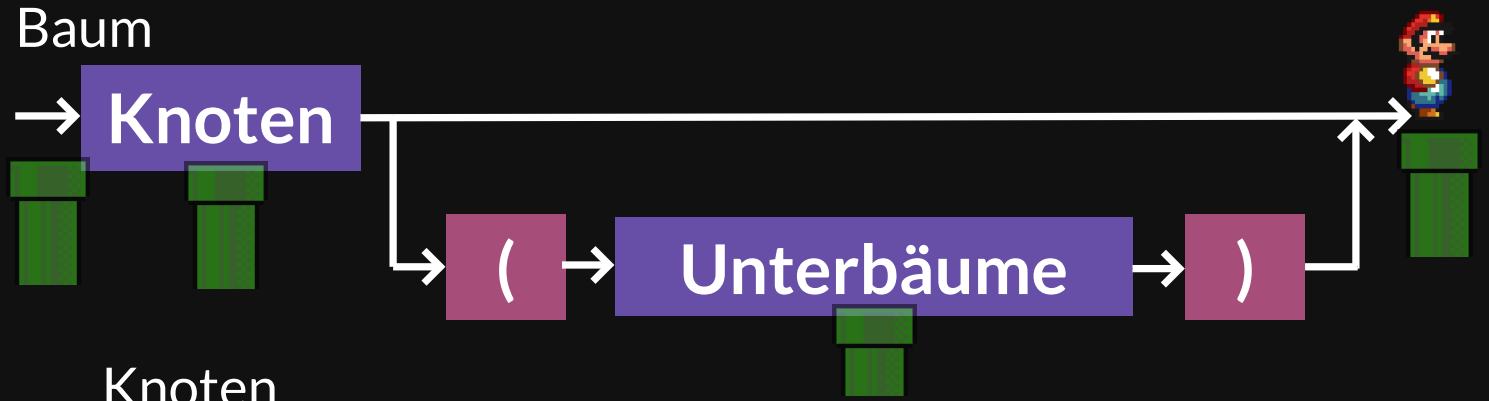
Unterbäume



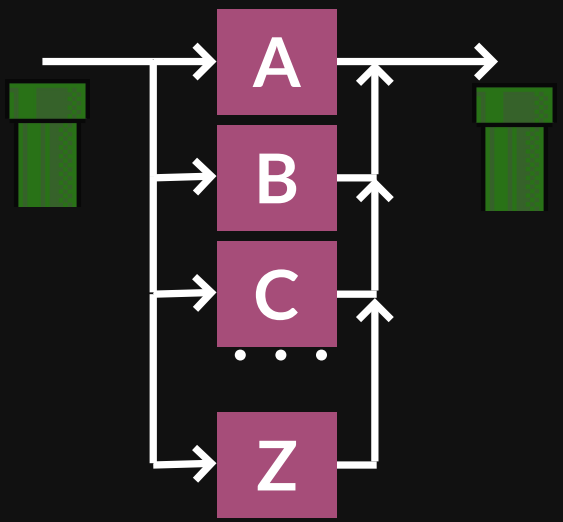

```
A(B(C,D))
```

Parser

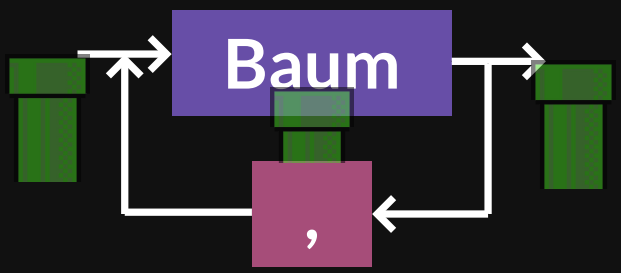
Baum



Knoten

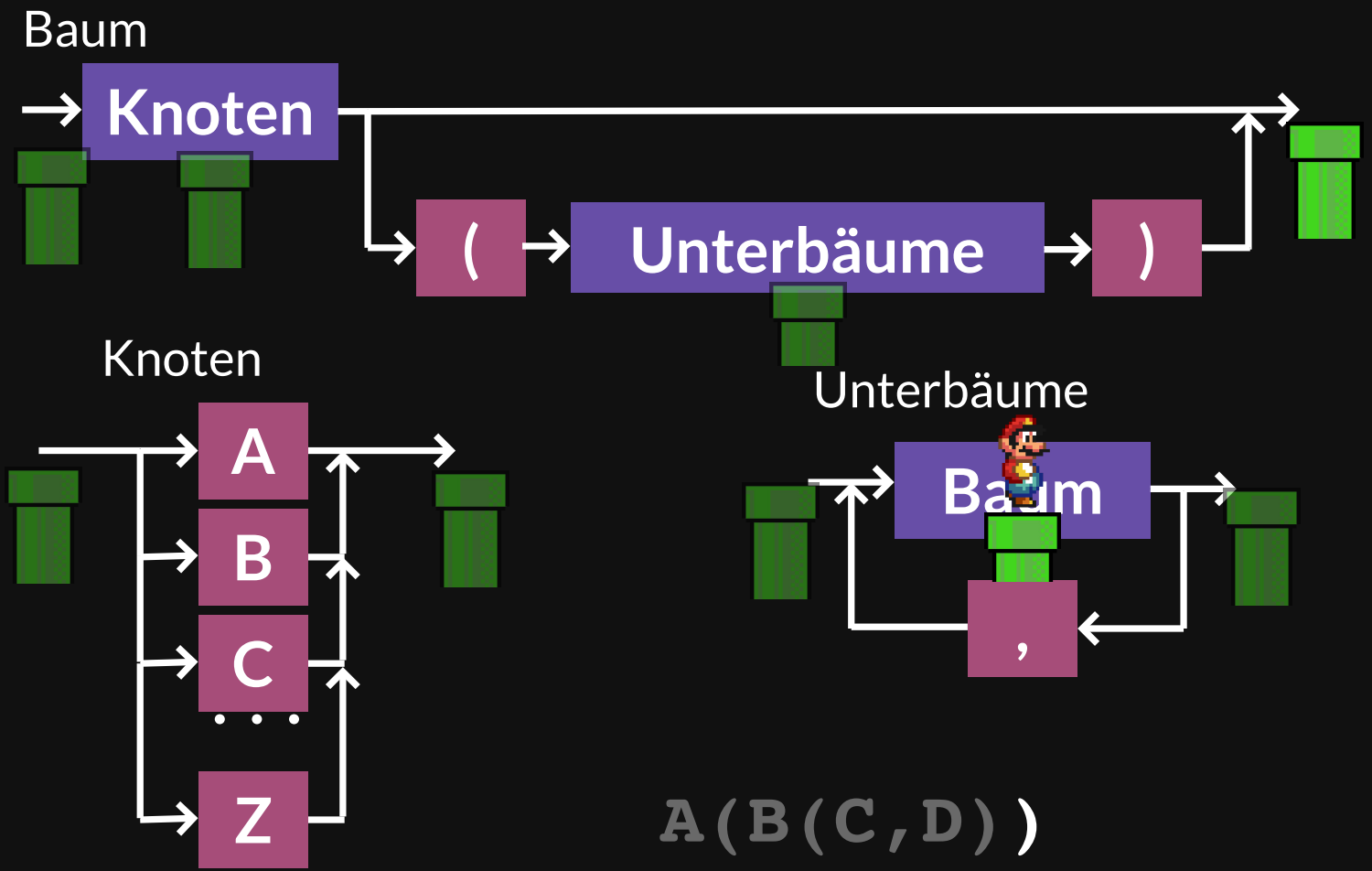


Unterbäume

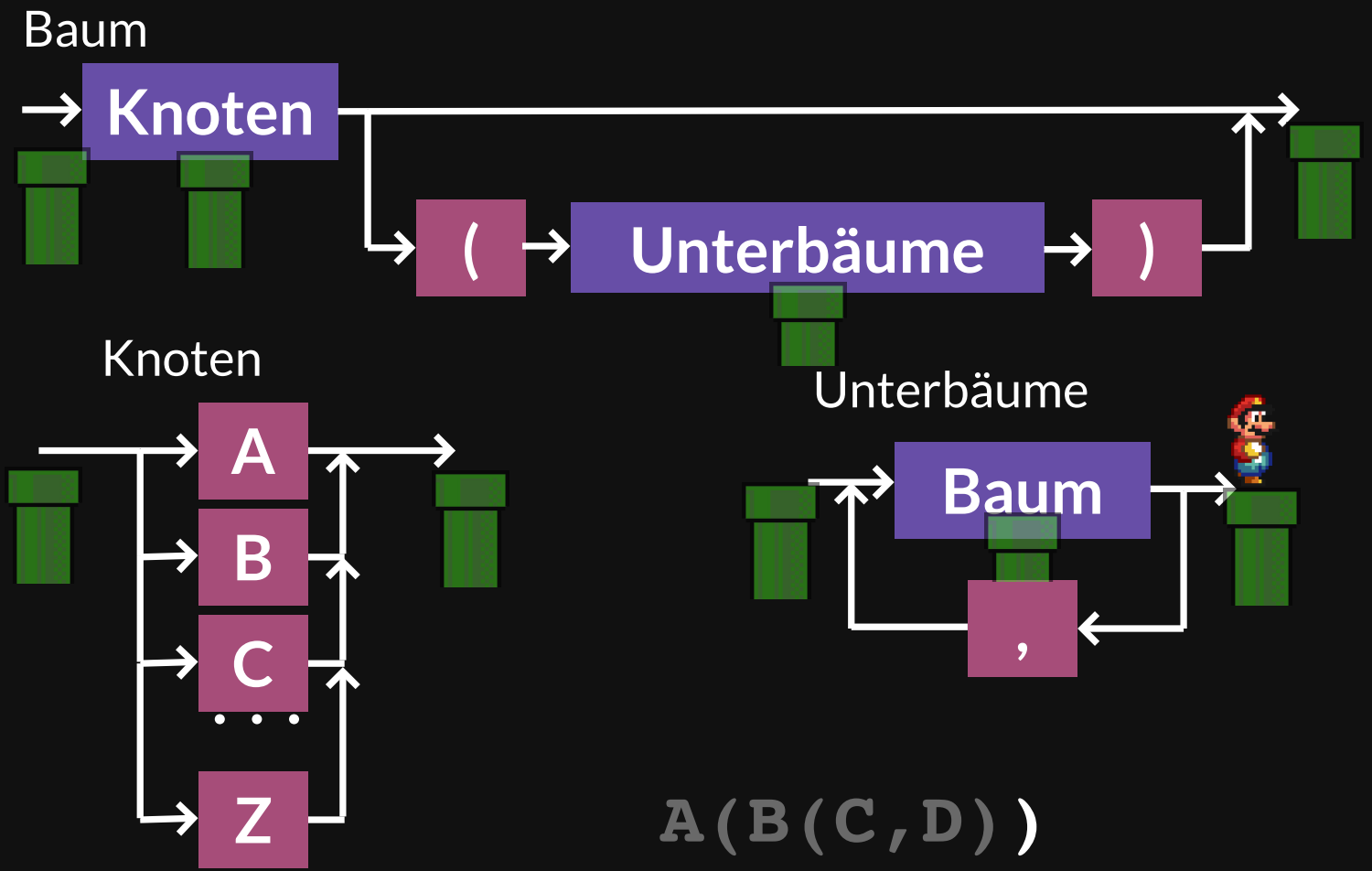



```
A(B(C,D))
```

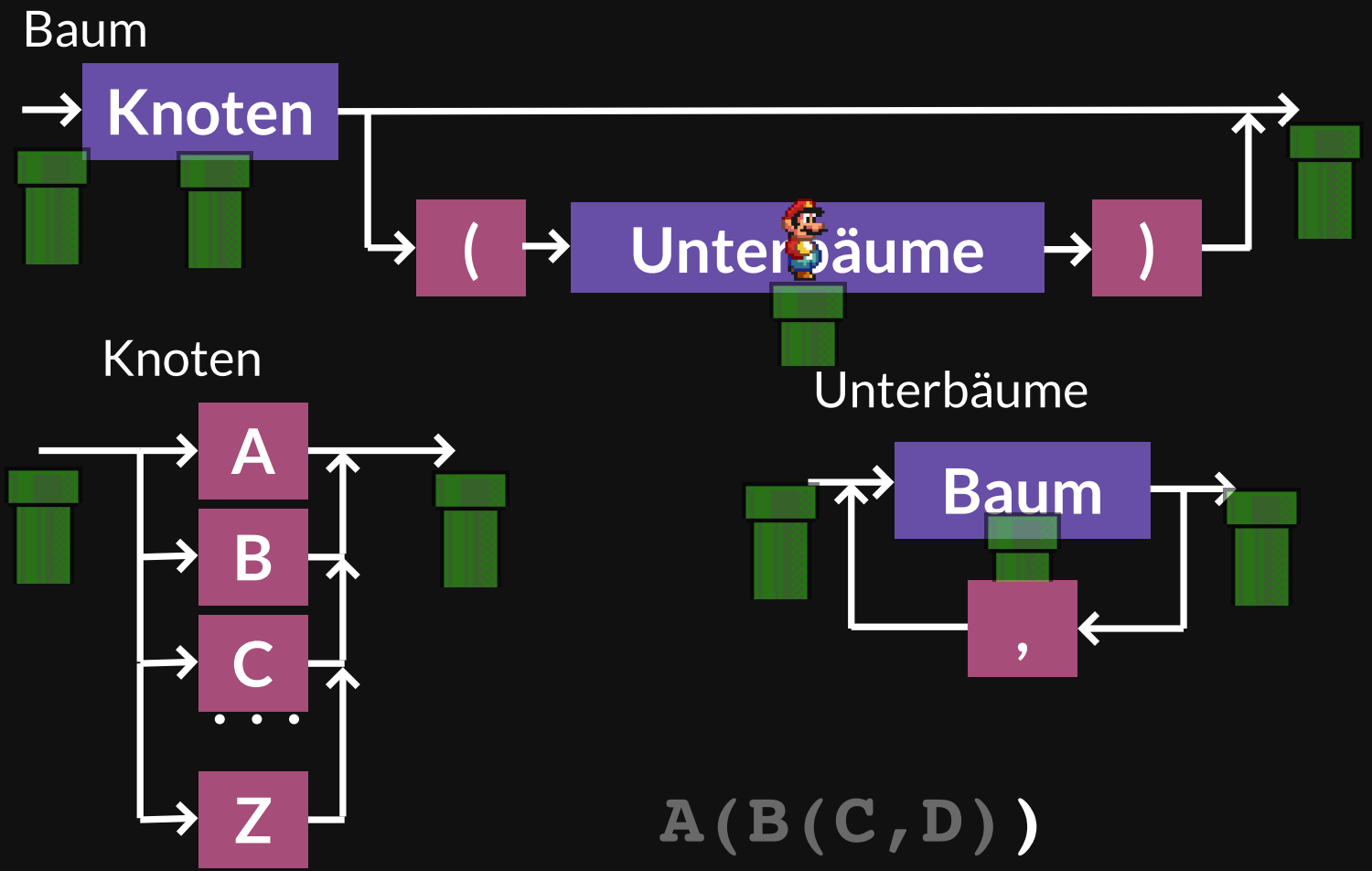
Parser



Parser

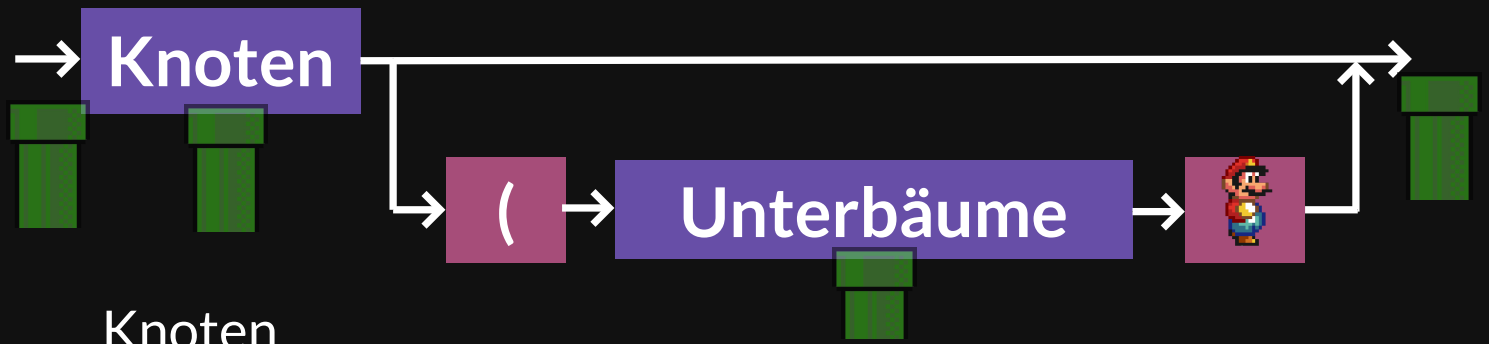


Parser

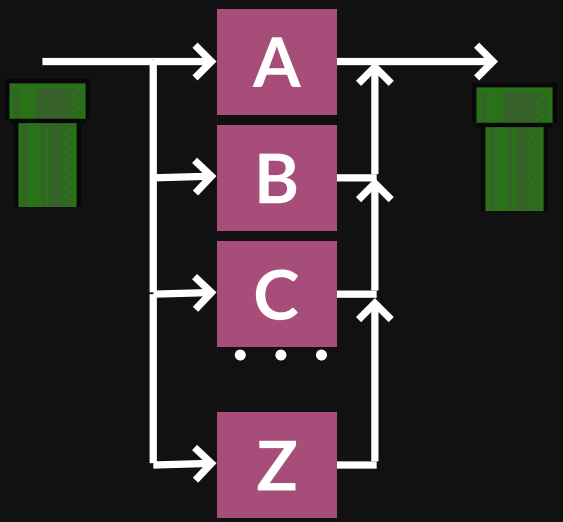


Parser

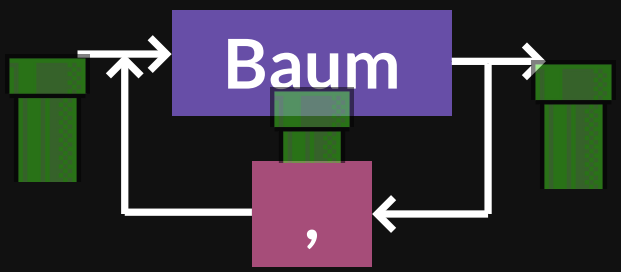
Baum



Knoten



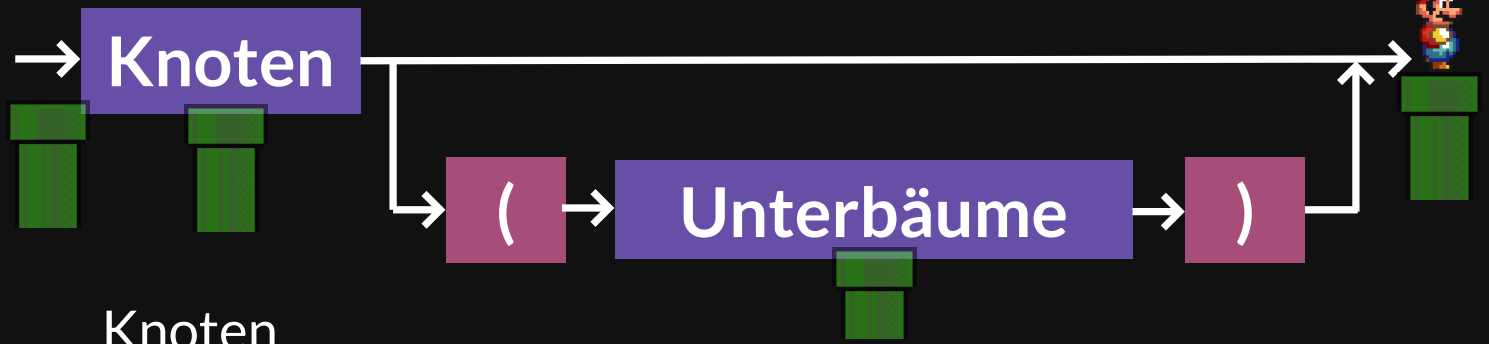
Unterbäume



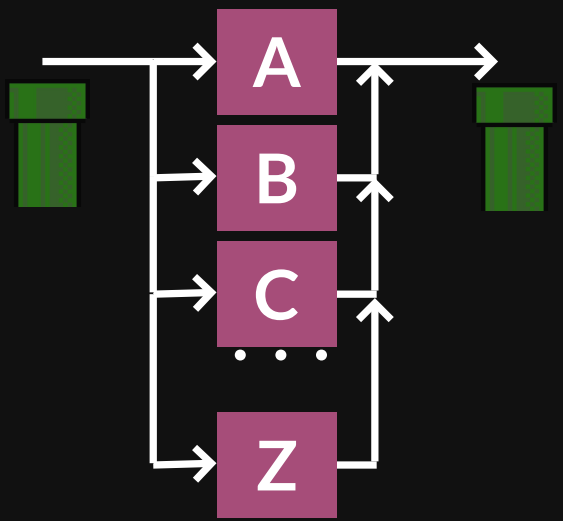

```
A(B(C,D))
```

Parser

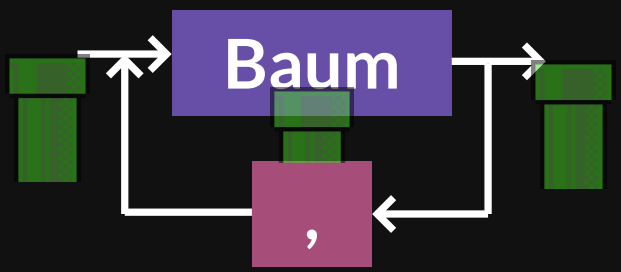
Baum



Knoten



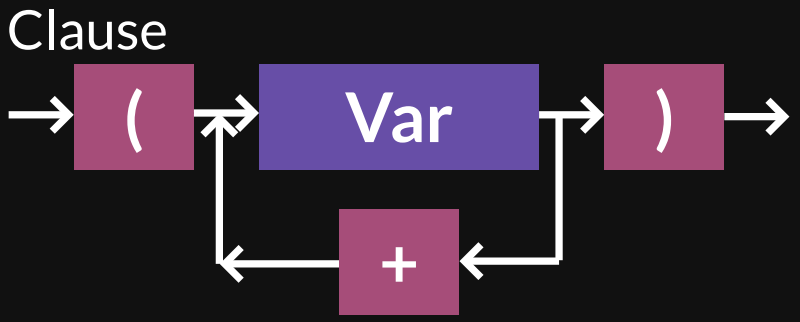
Unterbäume




```
A(B(C,D))
```

Algorithmen

Parser




```
1  private static int parseClause(String kd, int offset) throws ParseException {
2      if (!checkNext('(', kd, offset)) {
3          throw new ParseException("expected '('", offset);
4      }
5      offset++;
6
7      while(true){
8          offset = parseVar(kd, offset);
9          if (!checkNext('+', kd, offset)) {
10             break;
11         }
12         offset++;
13     }
14
15     if (!checkNext(')', kd, offset)) {
16         throw new ParseException("expected ')'", offset);
17     }
18     offset++;
19
20     return offset;
21 }
```

parst '('

parst Var

falls kein '+' folgt, Schleife abbrechen

sonst offset erhöhen ('+' parsen)

parst ')'

neuen offset zurückgeben

Divide and Conquer

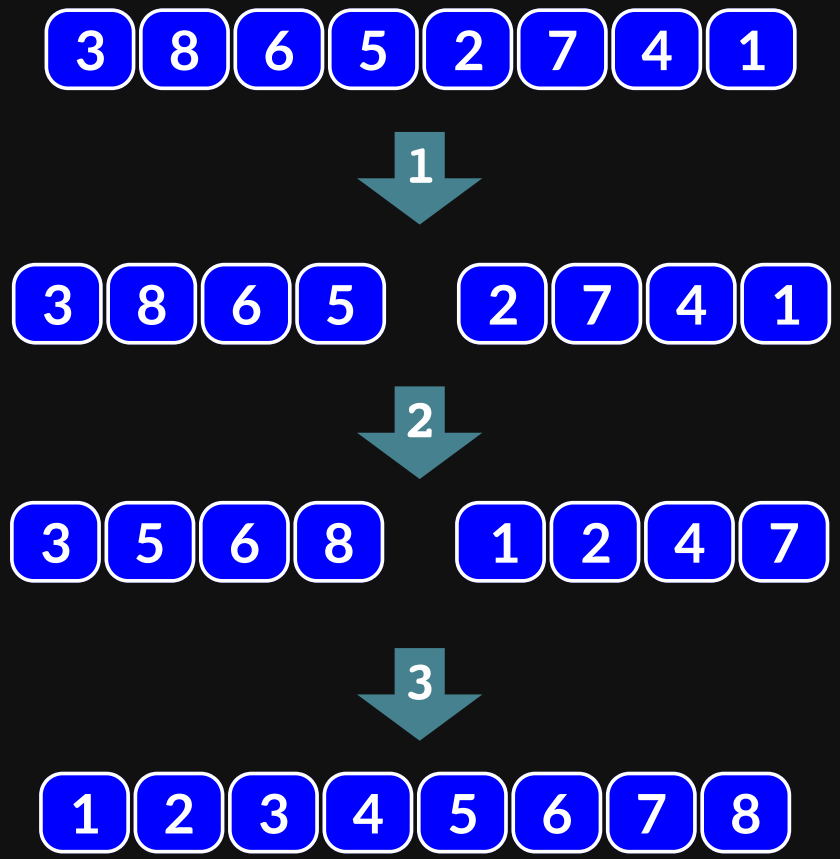
- Komplexe Probleme können auf einfache Teilprobleme reduziert werden
- Diese Teilprobleme kann man weiter unterteilen, bis das Problem simpel genug ist
- Teile und Herrsche
- Beispiele:
  - Türme von Hanoi
  - Mergesort

Merge-Sort

- Mergesort ist ein Sortieralgorithmus, durch divide and conquer funktioniert.

1. Teile die Liste in zwei halb so grosse Listen auf
2. Sortiere die halb so grossen Listen
3. Verbinde die beiden sortierten Listen zu einer einzigen sortierten Liste

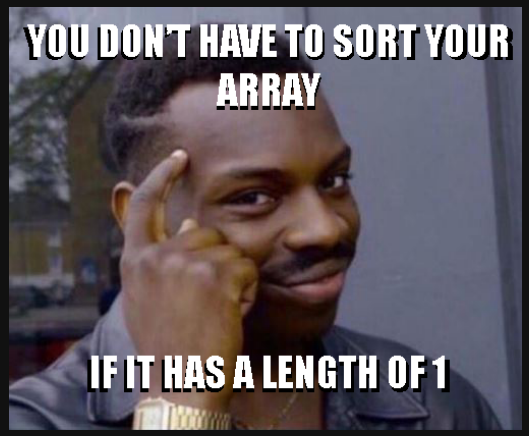
- Mergesort hat die Kompexität $O(n \cdot log(n)$

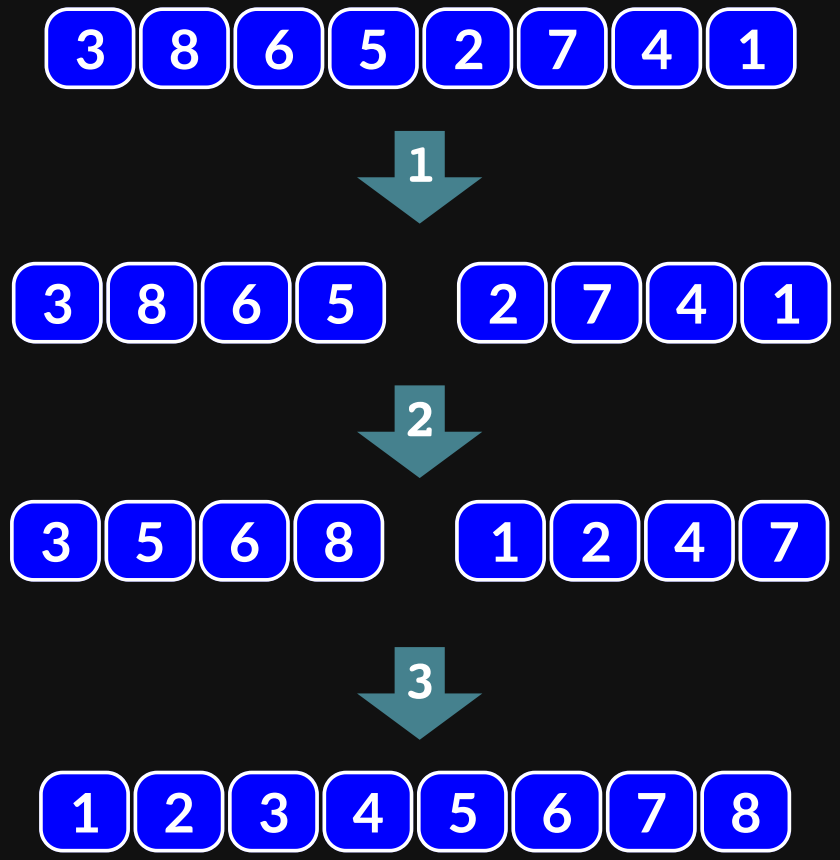


Merge-Sort

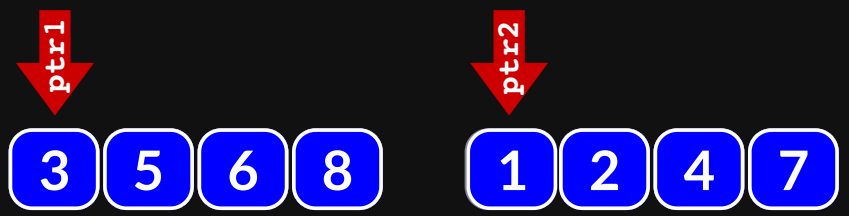
- Im Punkt 2 können wir die kleinen Teillisten wieder mit Mergesort sortieren

- Dies wiederholen wir, bis die Liste nur noch ein Element beinhaltet





Merge-Sort



Um zwei Listen zu Mergen kann man:

- einen Zeiger auf den Anfang von beiden Teillisten setzen

- Das kleinere Element dem Resultat hinzufügen und diesen Zeiger vergrössern

Merge-Sort

Um zwei Listen zu Mergen kann man:

- einen Zeiger auf den Anfang von beiden Teillisten setzen

- Das kleinere Element dem Resultat hinzufügen und diesen Zeiger vergrössern

Merge-Sort

Um zwei Listen zu Mergen kann man:

- einen Zeiger auf den Anfang von beiden Teillisten setzen

- Das kleinere Element dem Resultat hinzufügen und diesen Zeiger vergrössern

Merge-Sort

Um zwei Listen zu Mergen kann man:

- einen Zeiger auf den Anfang von beiden Teillisten setzen

- Das kleinere Element dem Resultat hinzufügen und diesen Zeiger vergrössern

Merge-Sort

Um zwei Listen zu Mergen kann man:

- einen Zeiger auf den Anfang von beiden Teillisten setzen

- Das kleinere Element dem Resultat hinzufügen und diesen Zeiger vergrössern

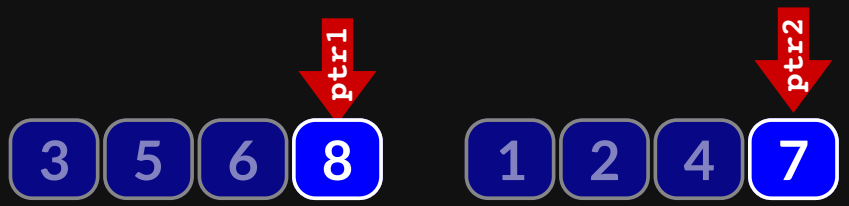
Merge-Sort

Um zwei Listen zu Mergen kann man:

- einen Zeiger auf den Anfang von beiden Teillisten setzen

- Das kleinere Element dem Resultat hinzufügen und diesen Zeiger vergrössern

Merge-Sort

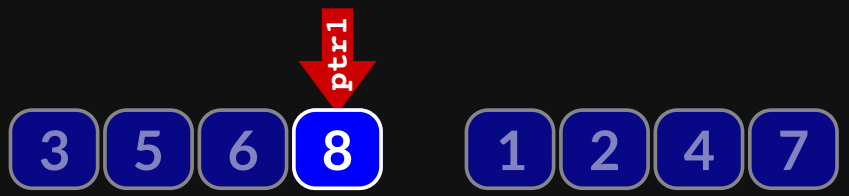


Um zwei Listen zu Mergen kann man:

- einen Zeiger auf den Anfang von beiden Teillisten setzen

- Das kleinere Element dem Resultat hinzufügen und diesen Zeiger vergrössern

Merge-Sort



Um zwei Listen zu Mergen kann man:

- einen Zeiger auf den Anfang von beiden Teillisten setzen

- Das kleinere Element dem Resultat hinzufügen und diesen Zeiger vergrössern

Merge-Sort

Um zwei Listen zu Mergen kann man:

- einen Zeiger auf den Anfang von beiden Teillisten setzen

- Das kleinere Element dem Resultat hinzufügen und diesen Zeiger vergrössern

Merge-Sort

Um zwei Listen zu Mergen kann man:

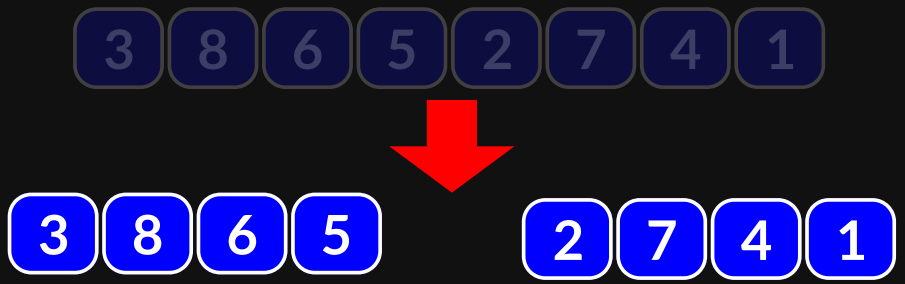
- einen Zeiger auf den Anfang von beiden Teillisten setzen

- Das kleinere Element dem Resultat hinzufügen und diesen Zeiger vergrössern

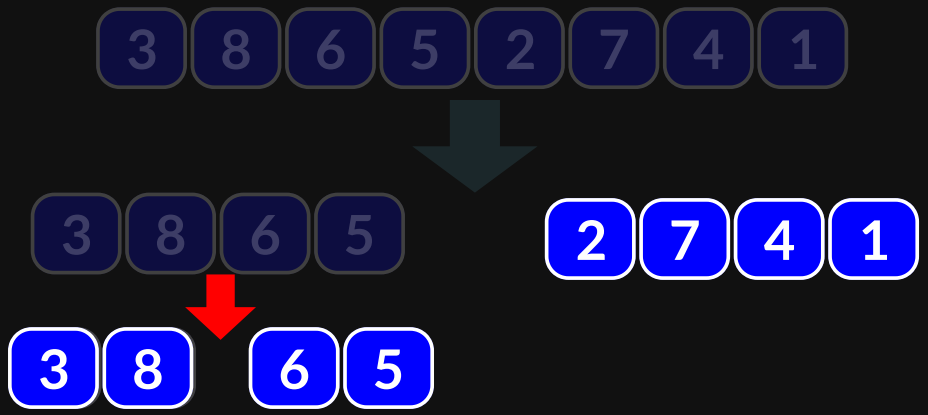
Algorithmen

Merge-Sort

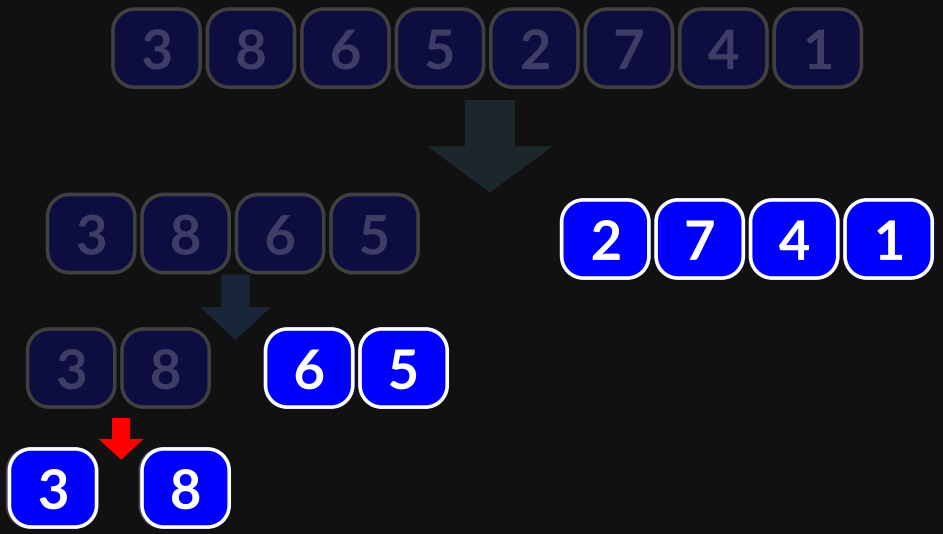
Merge-Sort



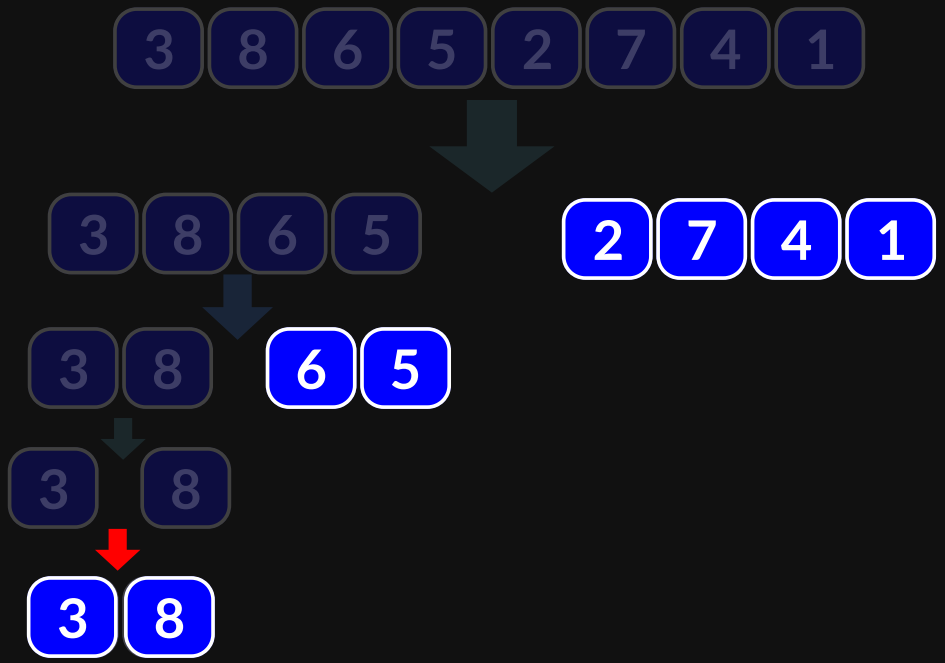
Merge-Sort



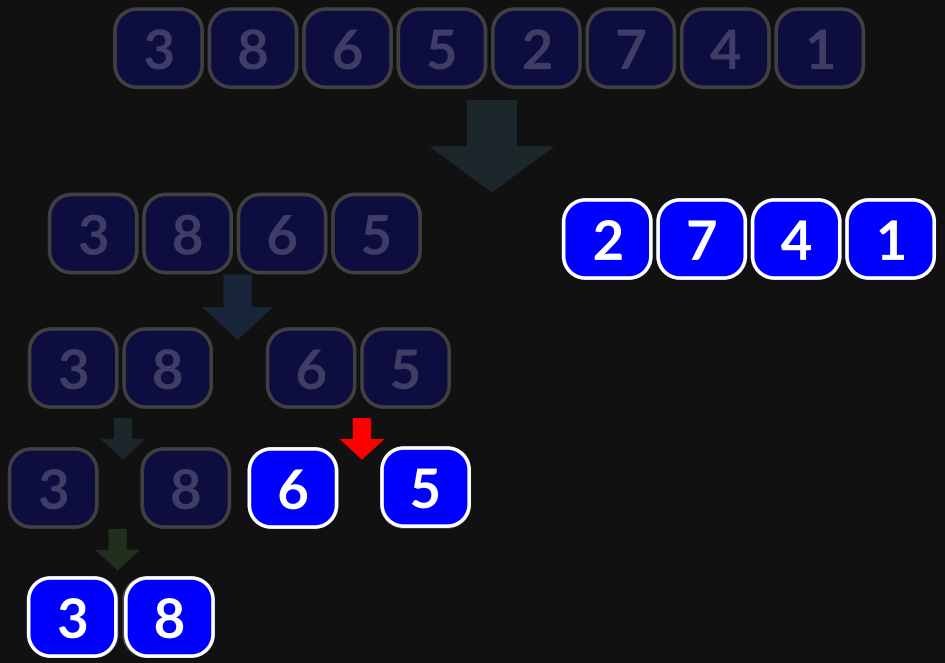
Merge-Sort



Merge-Sort

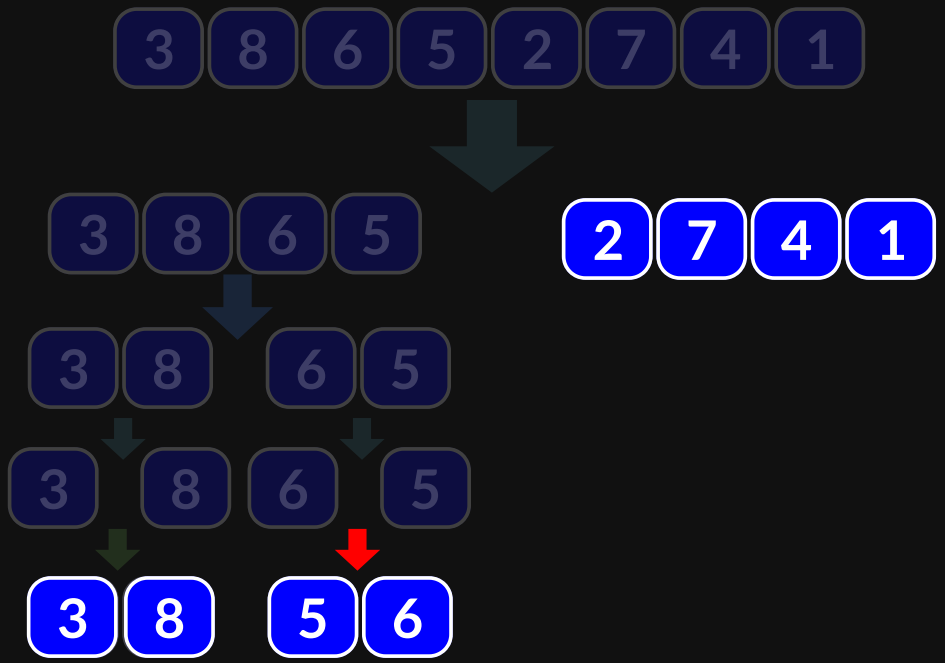


Merge-Sort

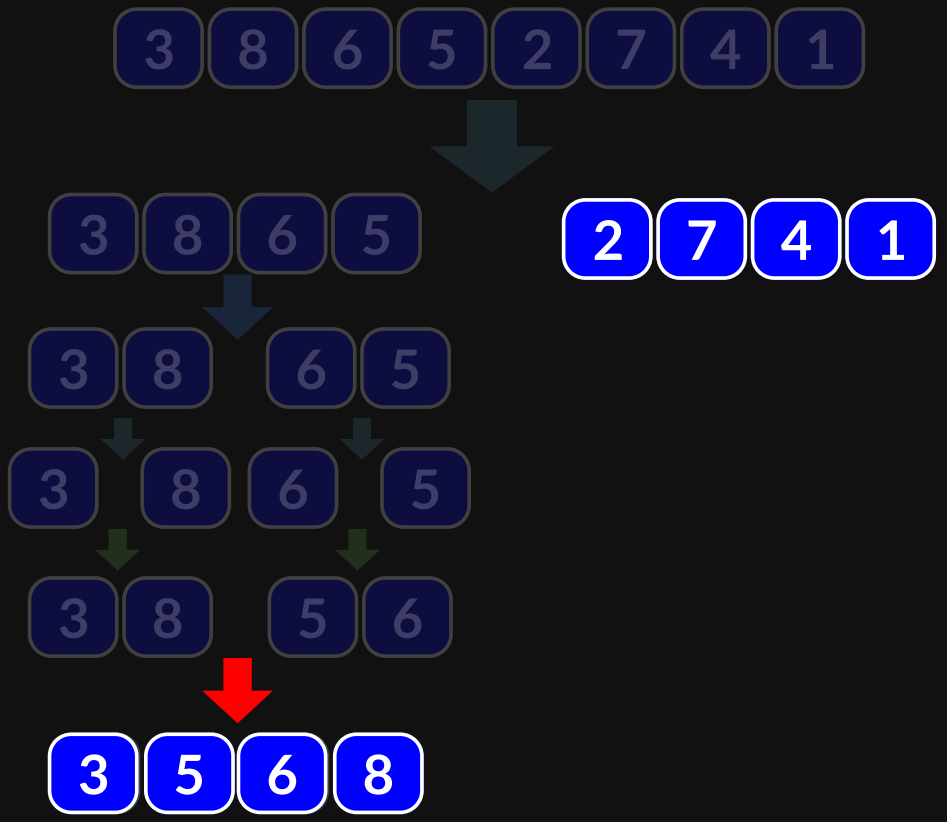


Algorithmen

Merge-Sort

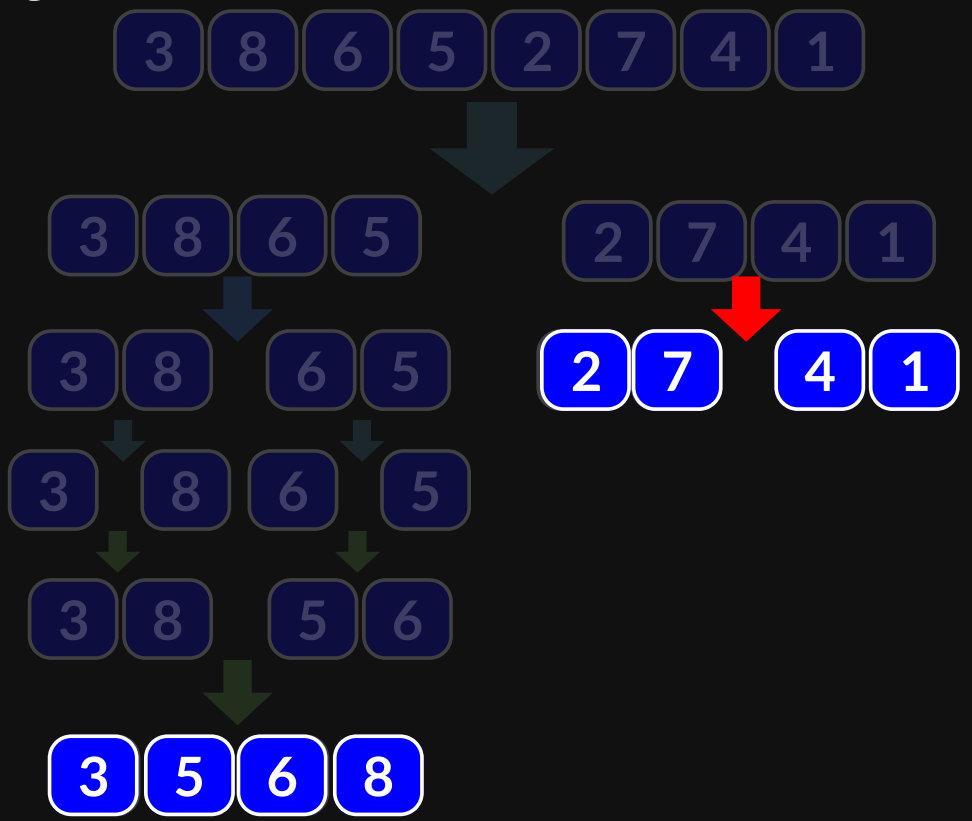


Merge-Sort

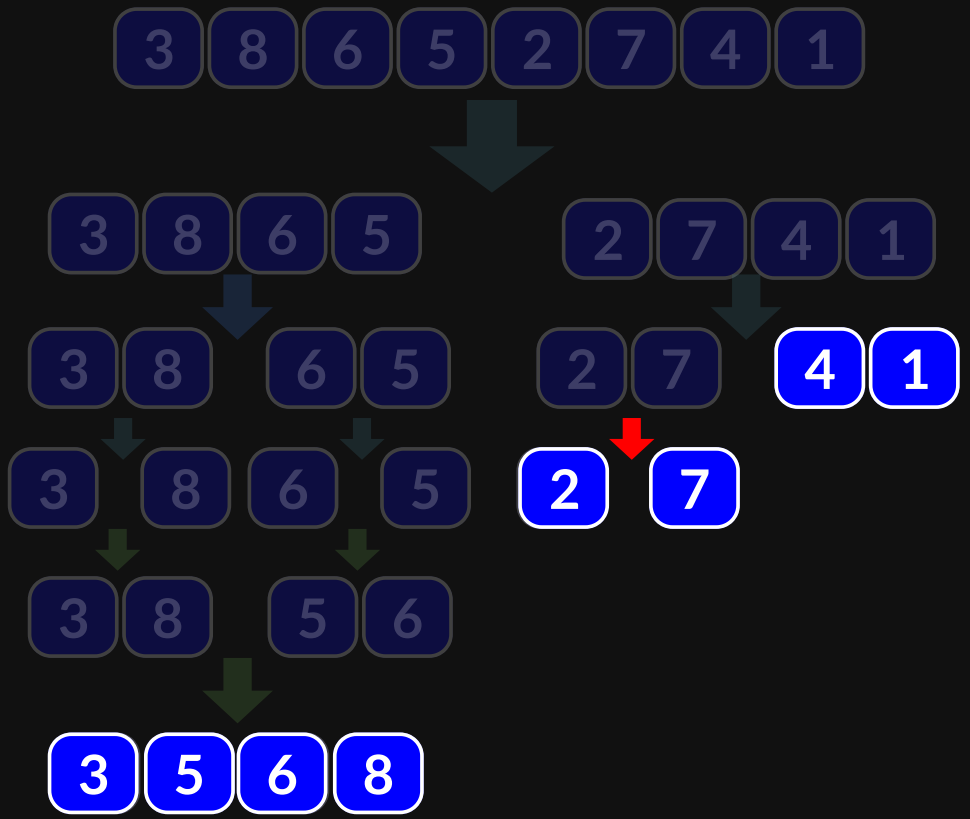


Algorithmen

Merge-Sort

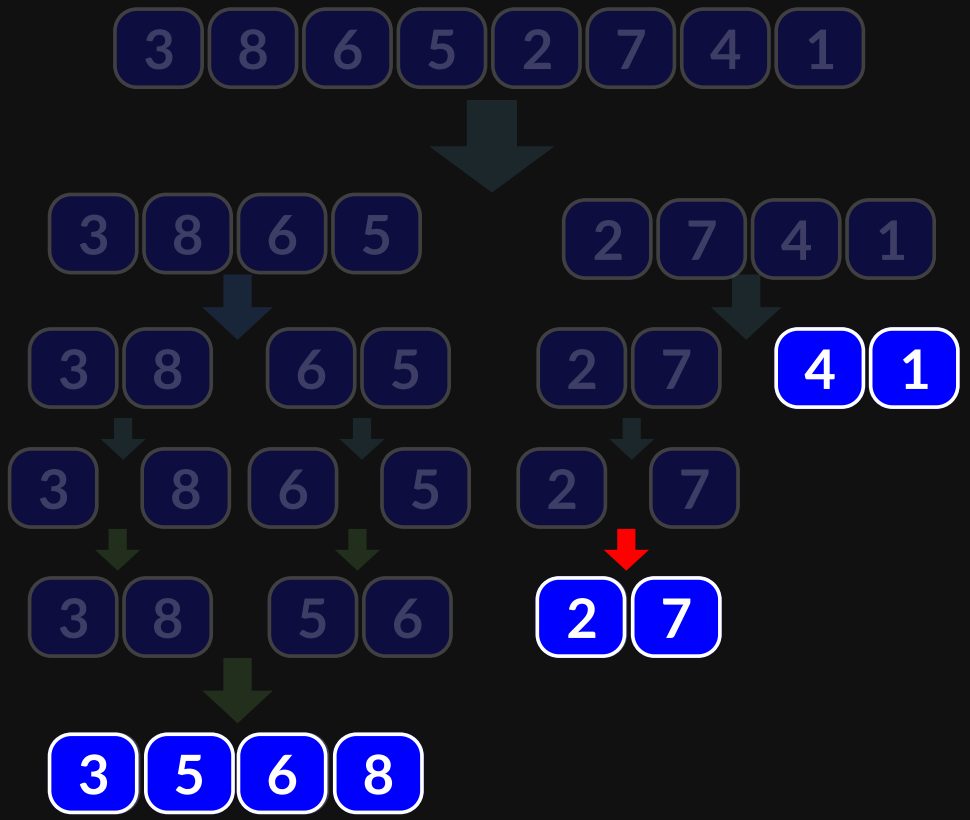


Merge-Sort



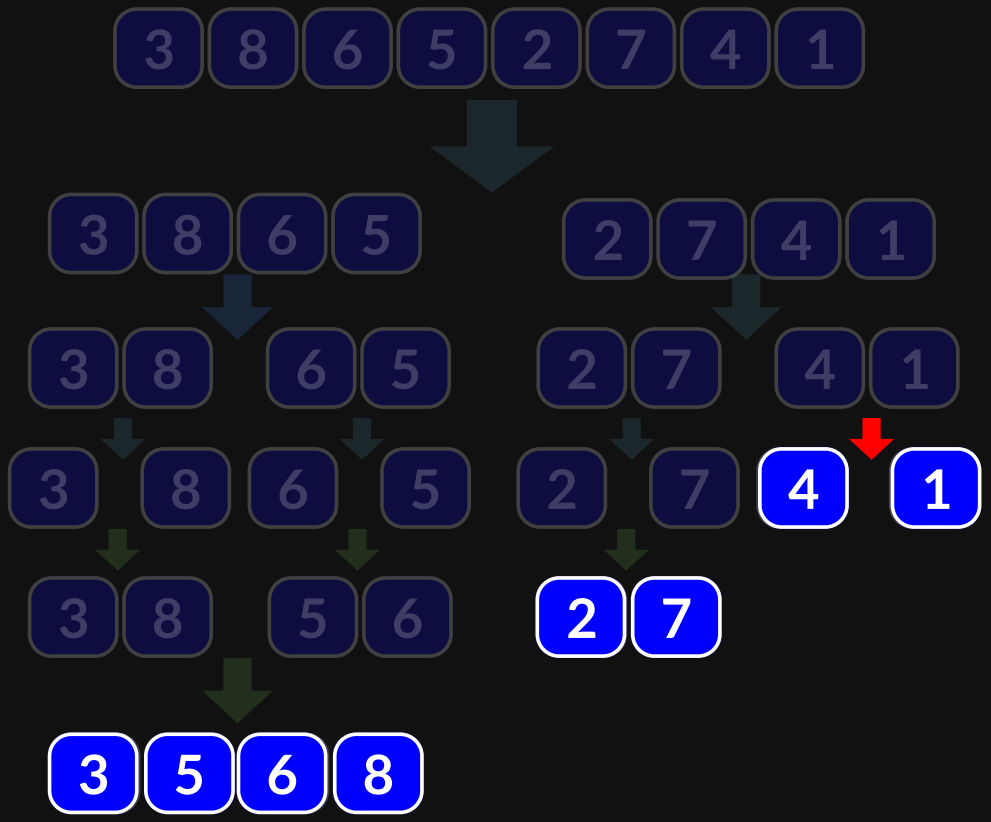
Algorithmen

Merge-Sort



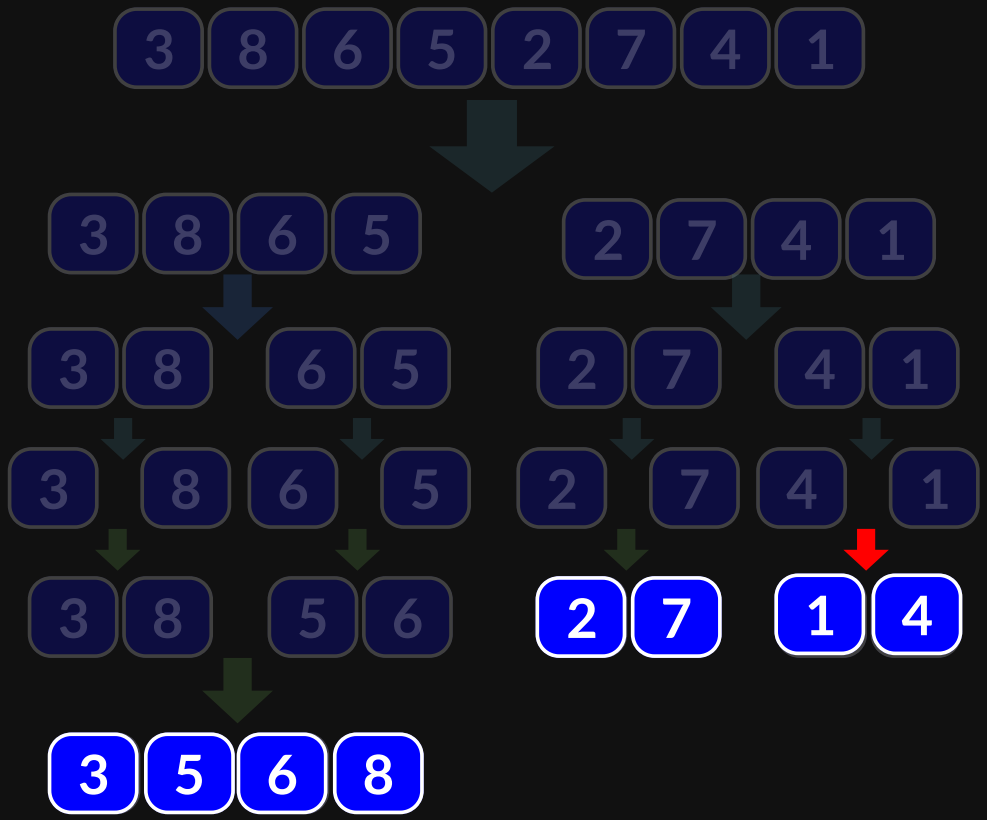
Algorithmen

Merge-Sort



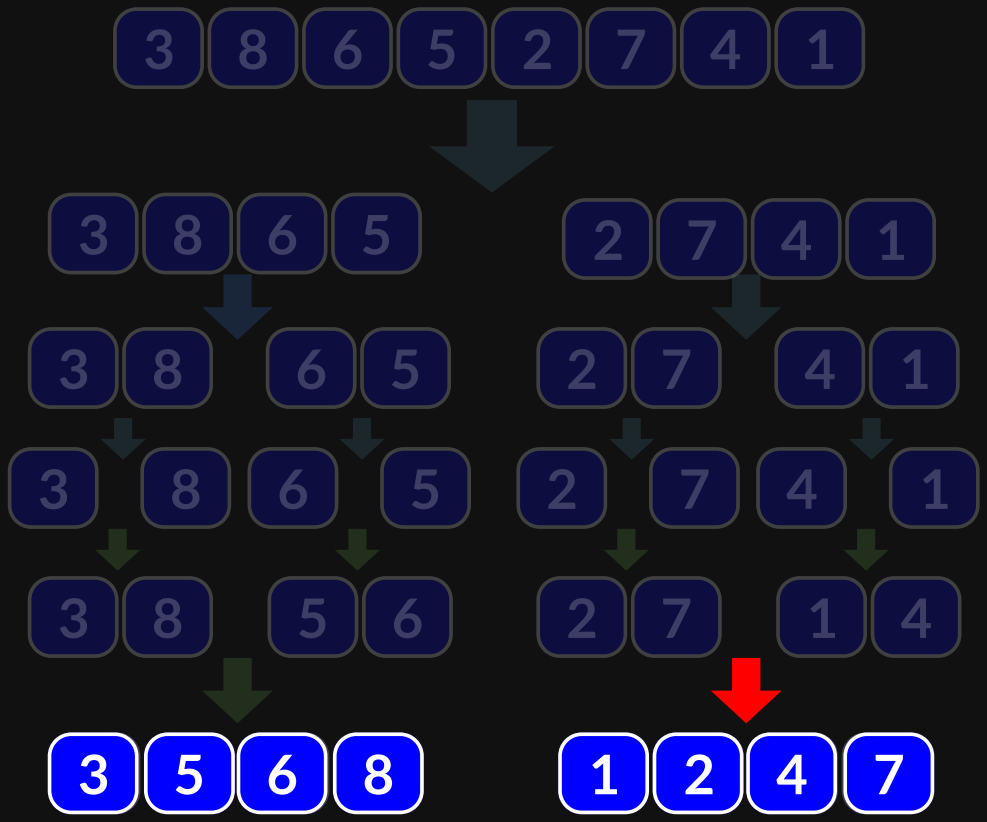
Algorithmen

Merge-Sort



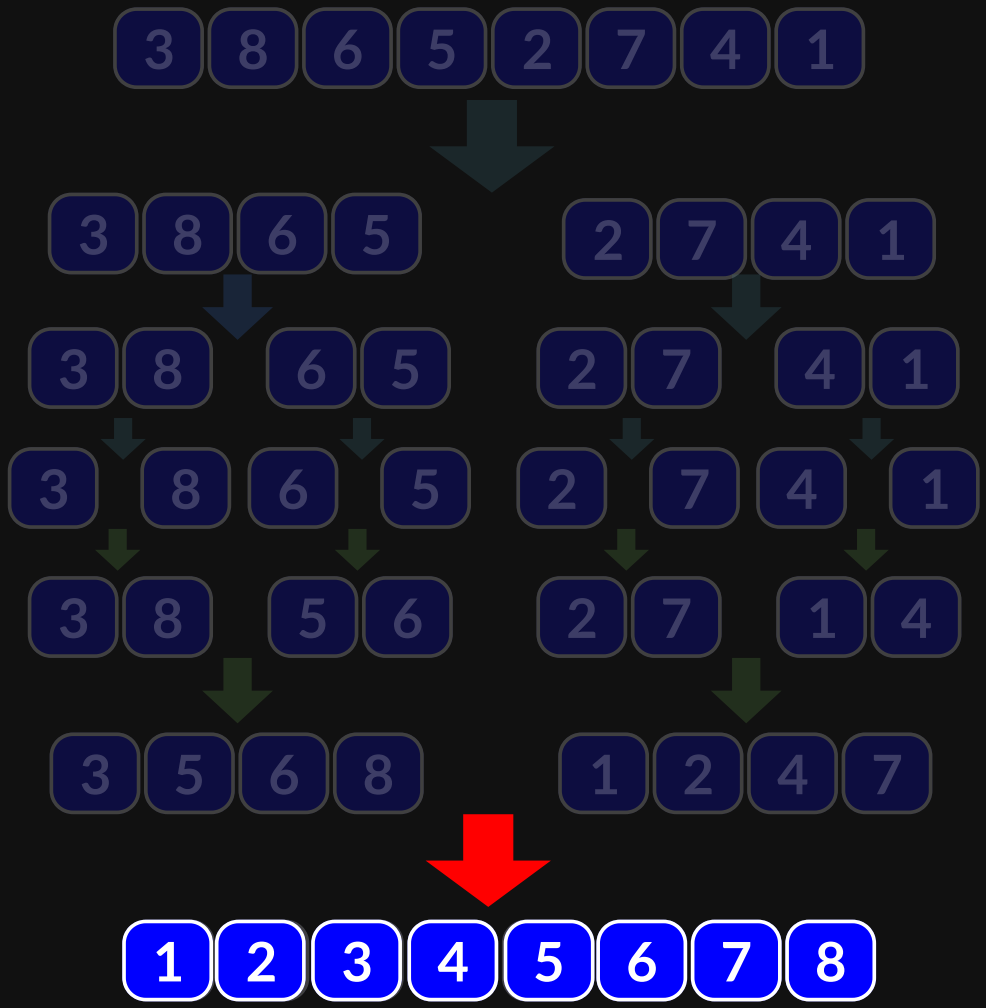
Algorithmen

Merge-Sort

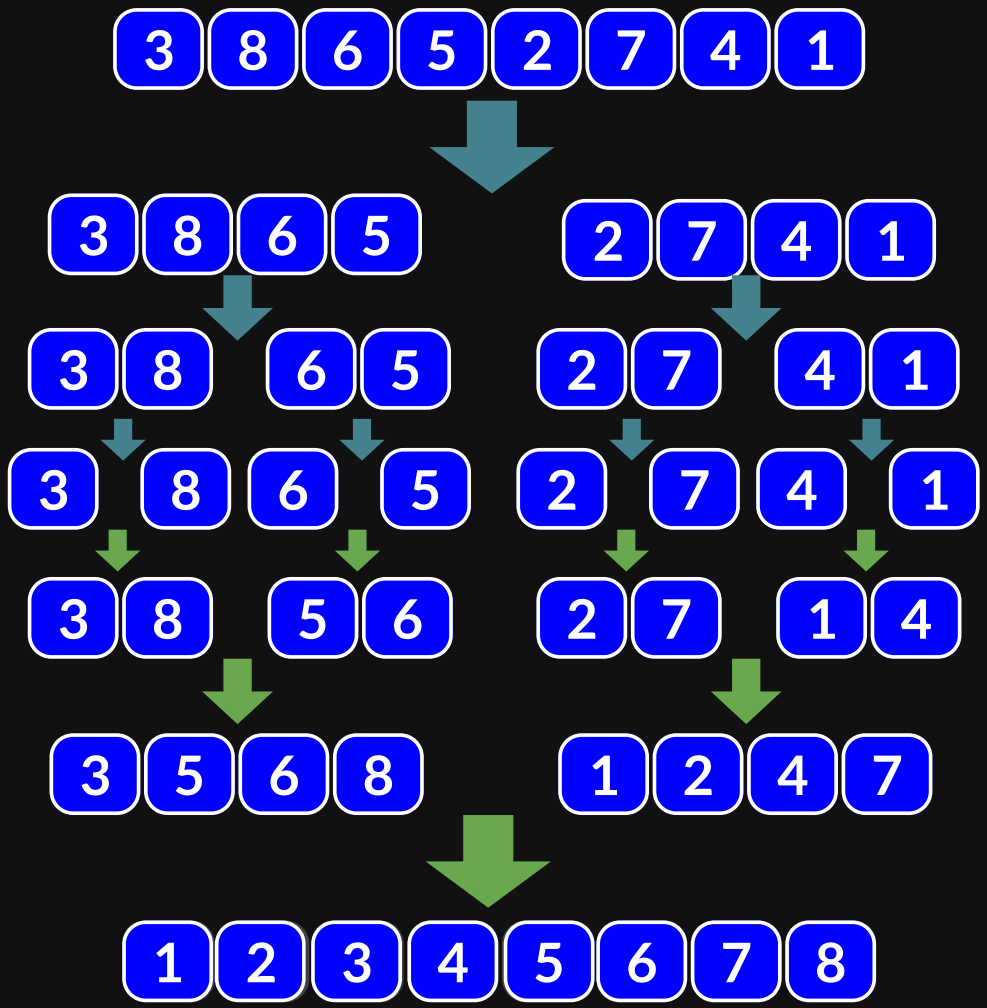


Algorithmen

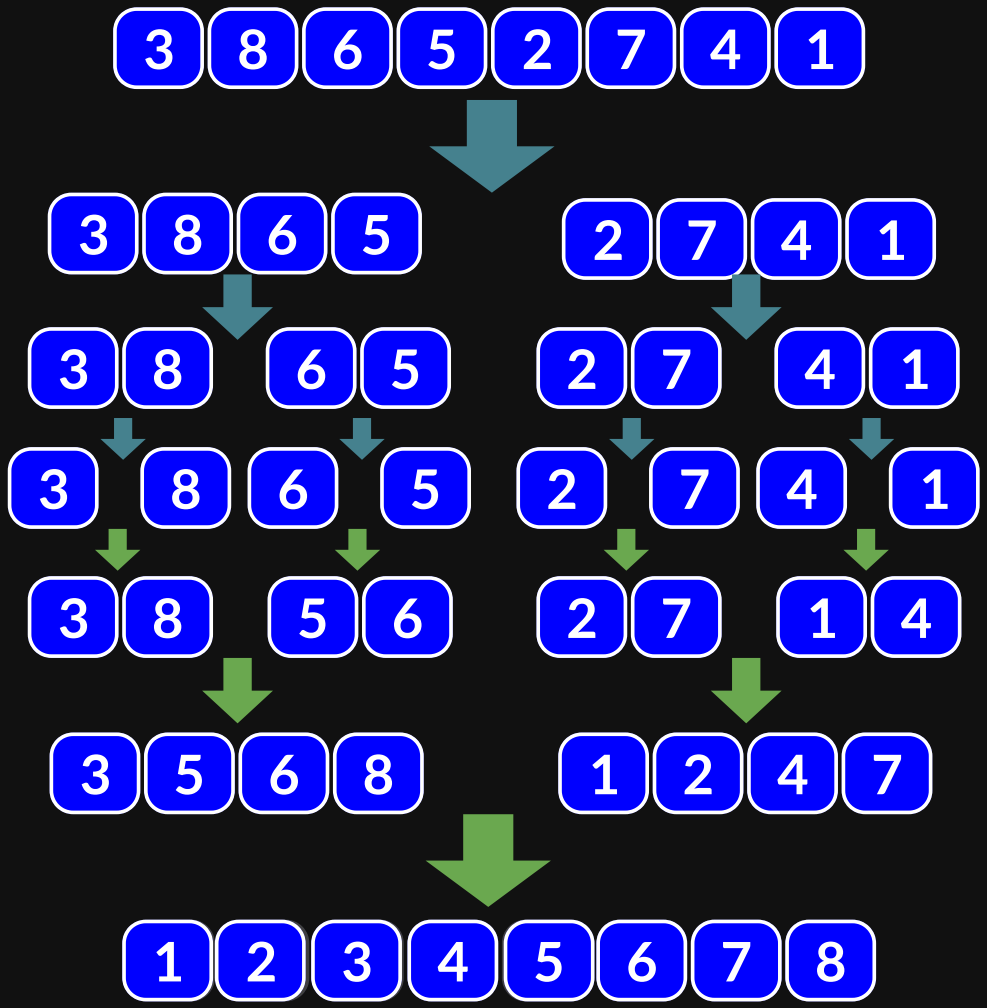
Merge-Sort



Merge-Sort


3 8 6 5 2 7 4 1
3 8 6 5
2 7 4 1
3 8
6 5
2 7
4 1
3
8
6
5
2
7
4
1
3 8
5 6
2 7
1 4
3 5 6 8
1 2 4 7
1 2 3 4 5 6 7 8

Merge-Sort


3 8 6 5 2 7 4 1
3 8 6 5
2 7 4 1
3 8 6 5
2 7 4 1
3 8 6 5
2 7 4 1
3 8 5 6
2 7 1 4
3 5 6 8
1 2 4 7
1 2 3 4 5 6 7 8

Heap-Sort

- Es ist möglich mit Heaps einen Array in-place zu sortieren, also ohne zusätzlichen Speicherplatz zu verwenden.

- Dabei nutzen wir die Array-Darstellung von Binärbäumen.

- Der Algorithmus läuft in zwei Phasen:
  - Zuerst erstellen wir eine Heapstruktur im Array
  - Danach können wir immer das grösste bzw kleinste Element aus dem Heap entfernen

Algorithmen

Heap-Sort

unstrukturiert
im heap
sortiert

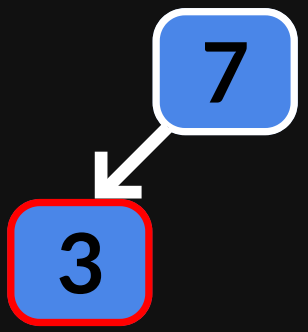
Algorithmen

Heap-Sort

min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

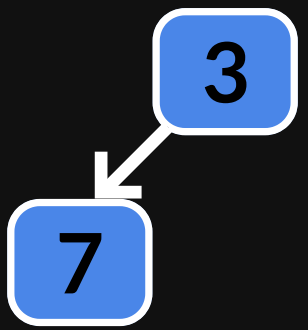
Heap-Sort



min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

Heap-Sort

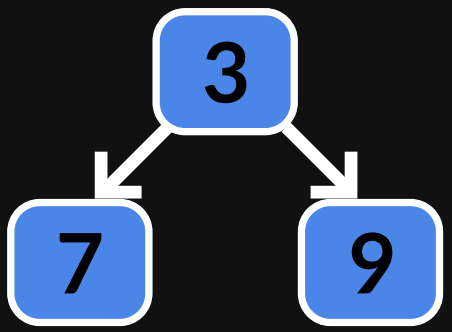


min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

Algorithmen

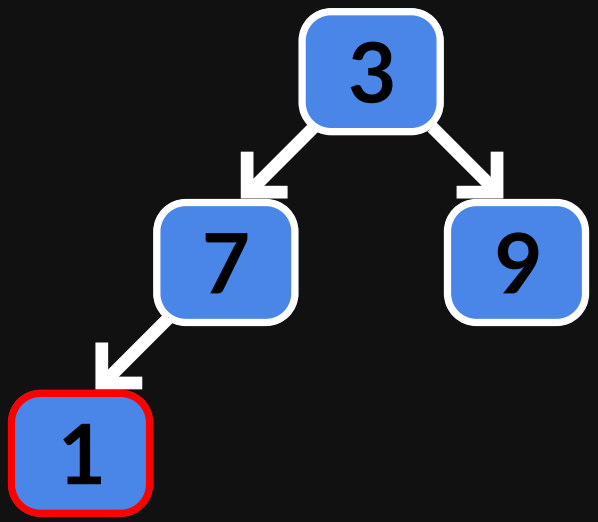
Heap-Sort



min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

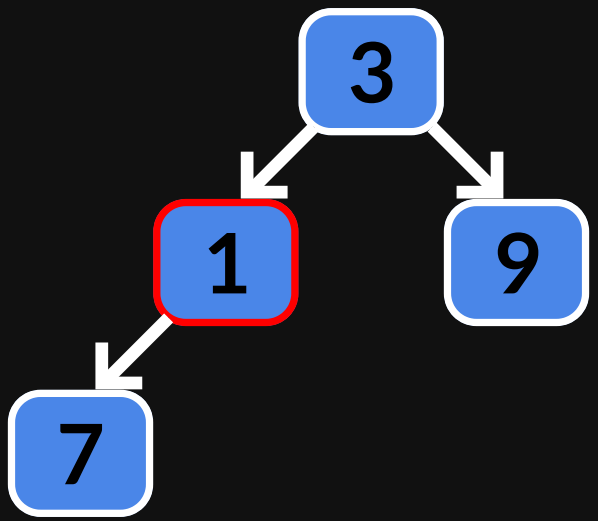
Heap-Sort



min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

Heap-Sort

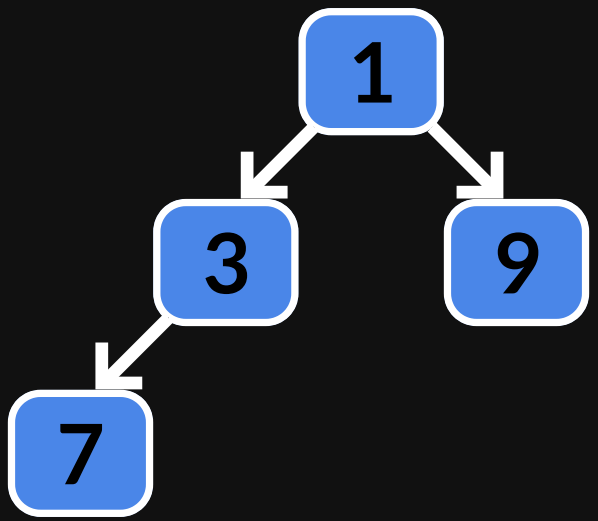


min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

Algorithmen

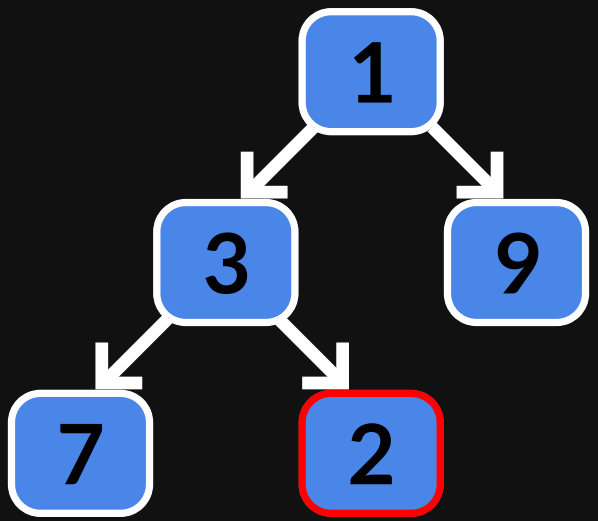
Heap-Sort



min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

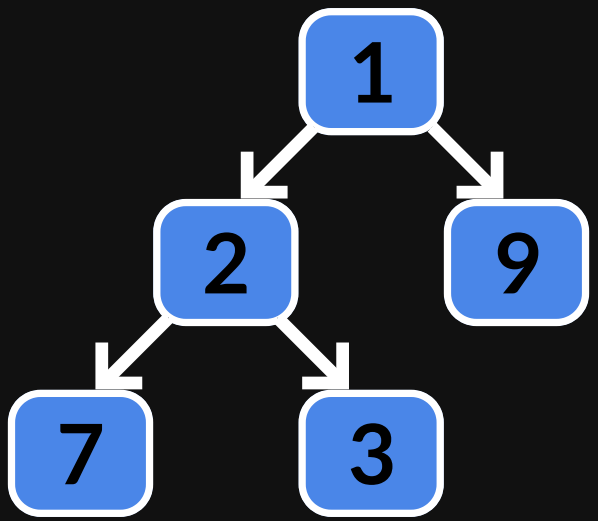
Heap-Sort



min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

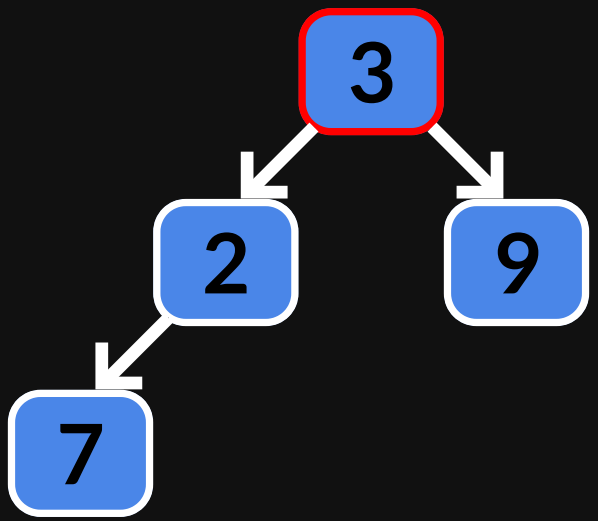
Heap-Sort



min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

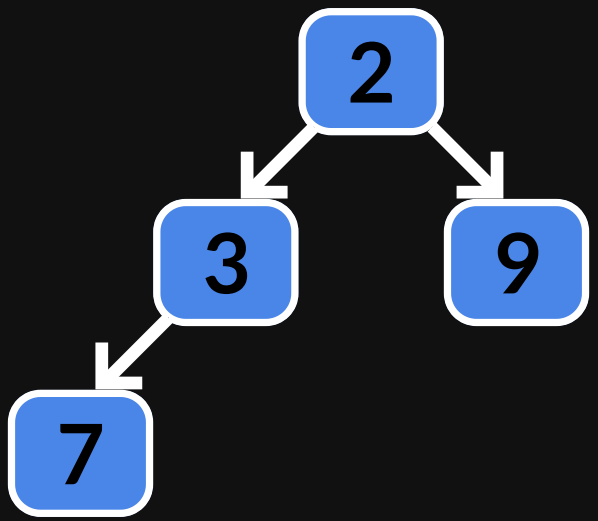
Heap-Sort



min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

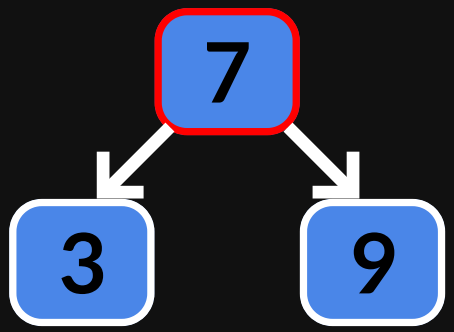
Heap-Sort



min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

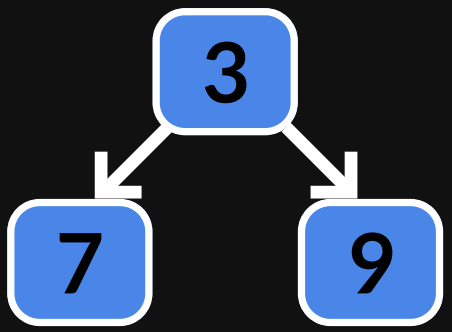
Heap-Sort



min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

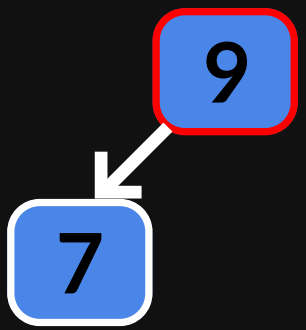
Heap-Sort



min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

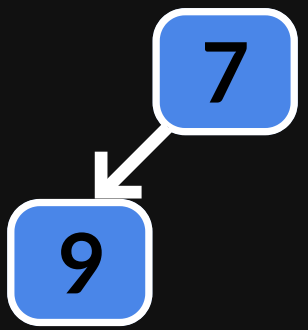
Heap-Sort



min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

Heap-Sort



min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

Algorithmen

Heap-Sort

min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

Algorithmen

Heap-Sort

min heap (nur als visualisierung vom Array)

unstrukturiert
im heap
sortiert

Backtracking

- In Informatik I musstet ihr einen Sudoku-Solver Programmieren

- Die einfachste Lösung wäre alle möglichen Zahlenkombinationen auszuprobieren.
  - Code ist kurz und überschaubar
  - Die Laufzeit ist dafür unmenschlich lange

- Darum habt also nur Positionen geprüft, welche die Sudoku Regeln nicht verletzen.
  - Code ist komplexer
  - Die Laufzeit war jedoch viel schneller.

Backtracking

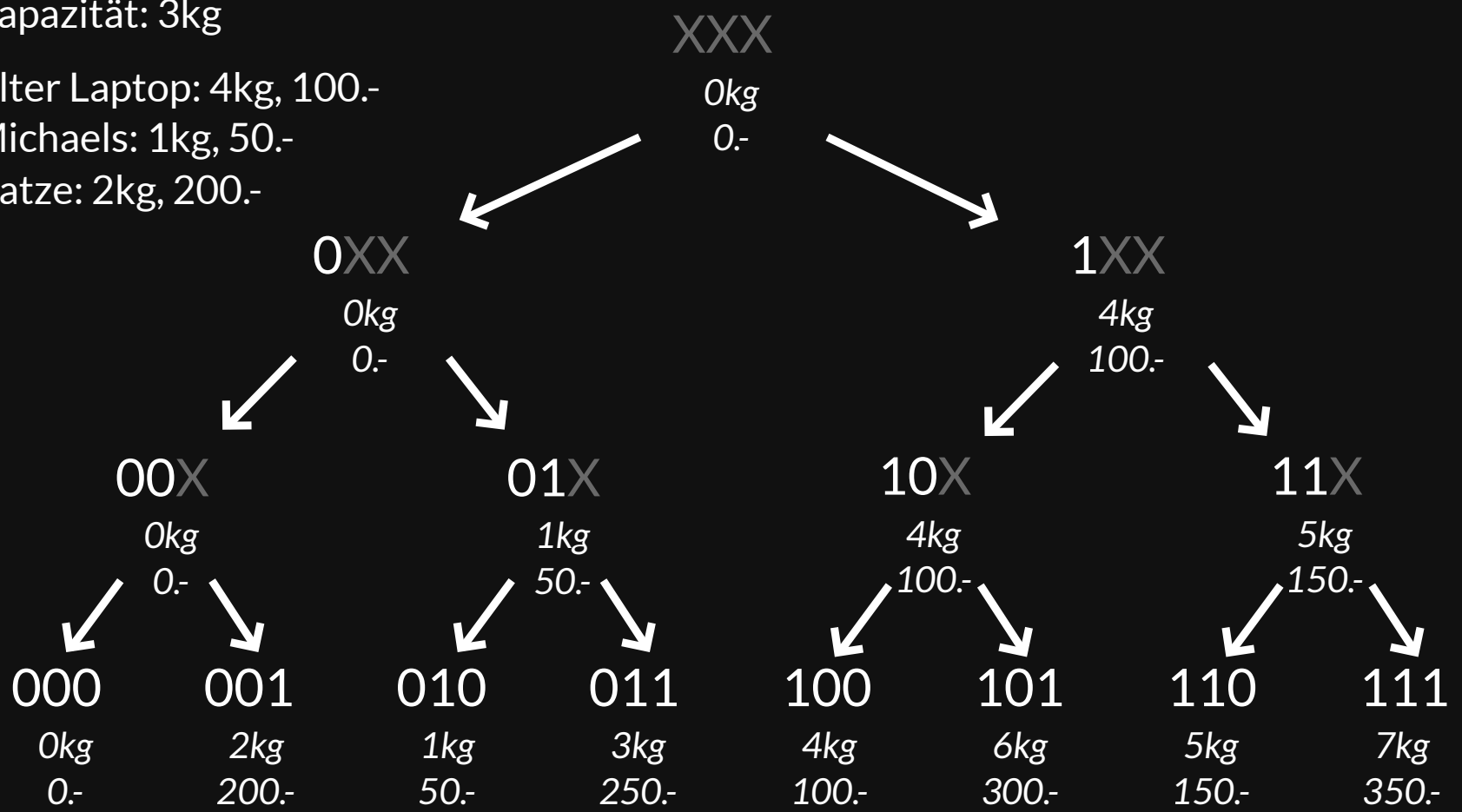
- Ein Dieb ist in ein Haus eingebrochen
- Der Dieb kennt von jedem Gegenstand dessen Wert $v_i \geq 0$ sowie dessen Gewicht $g_i \geq 0$.
- Er hat eine Tasche, in welche ein Gewicht G passt.
- Welche der Gegenstände $x_1, ..., x_K$ soll er einpacken um den Wert der Beute zu maximieren.

Algorithmen

Backtracking

Kapazität: 3kg

Alter Laptop: 4kg, 100.-
Michaels: 1kg, 50.-
Katze: 2kg, 200.-



Algorithmen

Backtracking

Kapazität: 3kg

Alter Laptop: 4kg, 100.-
Michaels: 1kg, 50.-
Katze: 2kg, 200.-

Beste Lösung:

Michaels & Katze mit Wert 250.-

Zu schwer

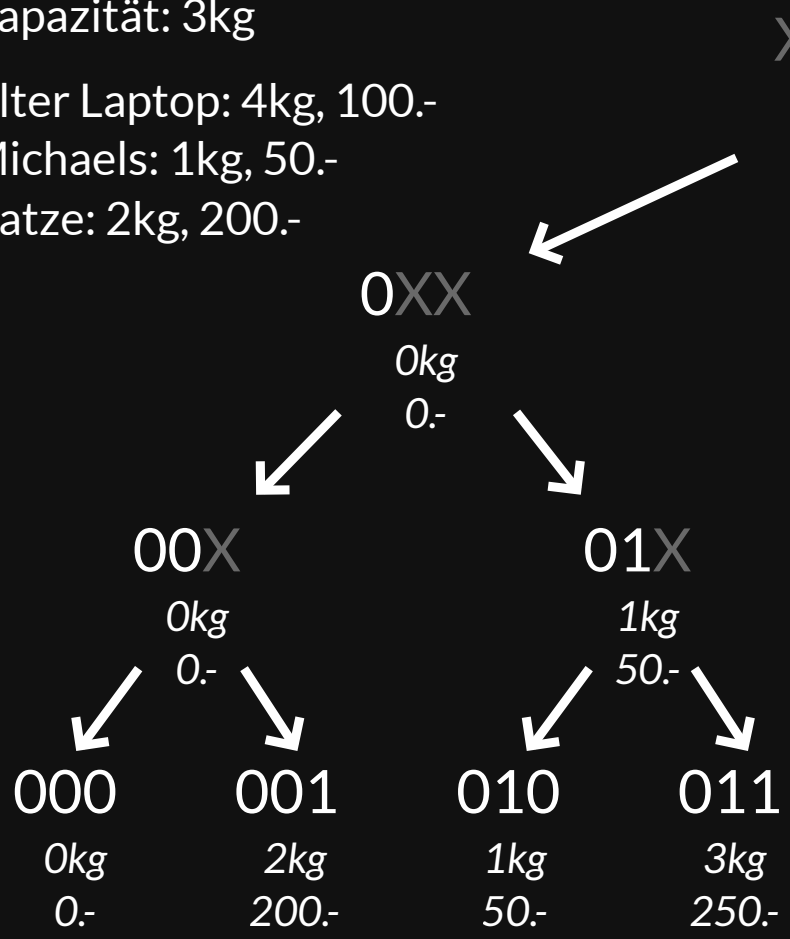
000	001	010	011	100	101	110	111
0kg	*2kg*	*1kg*	*3kg*	*4kg*	*6kg*	*5kg*	*7kg*
0.-	*200.-*	*50.-*	*250.-*	*100*	*300.-*	*150.-*	

Algorithmen

Backtracking

Kapazität: 3kg

Alter Laptop: 4kg, 100.-
Michaels: 1kg, 50.-
Katze: 2kg, 200.-



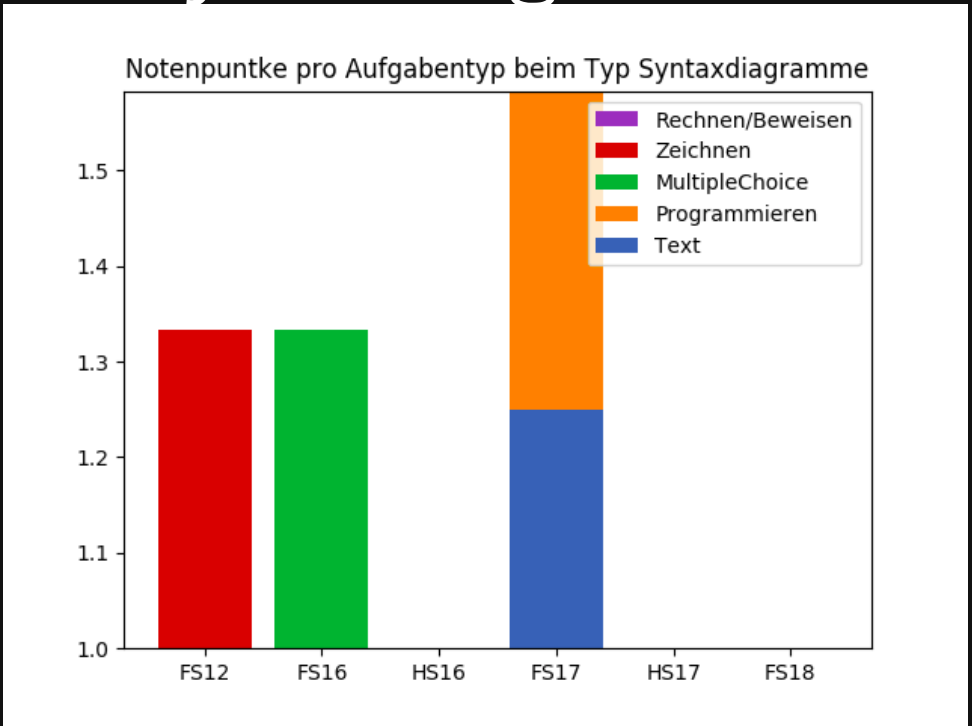
Sobald wir wissen, dass der Zustand illegal ist, können wir zurück gehen und müssen dort nicht mehr weiterrechnen.

Zu schwer

Viel Arbeit erspart

Prüfungsaufgabe

Syntaxdiagramme

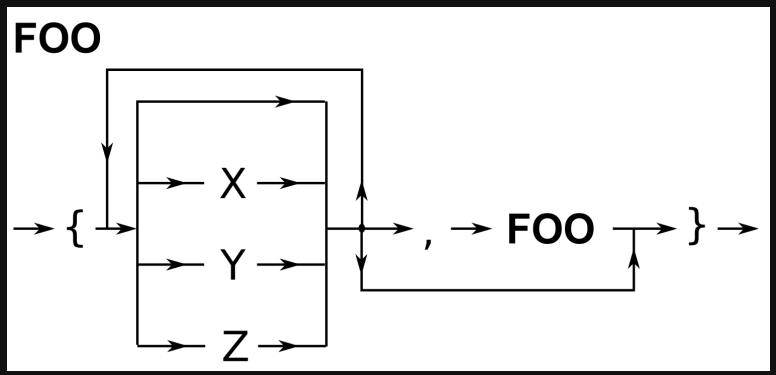


Frühling 2016, 0.35 Notenpunkte

Prüfungsaufgabe

Syntaxdiagramme

Frühling 2016, 0.35 Notenpunkte



- `{XYZ}` ✓
- `{X{Y{Z}}}` ✗
- `{X,Y,{Z}}` ✗
- `XYZ}` ✗
- `{XYZ` ✗
- `{` ✓
- `{}` ✓
- `{XY,{}}` ✗

Parallele Programmierung

Prozesse VS Threads

- Wenn man verschiedene Tasks parallel Ausführt, kann die Laufzeit von Programmen reduziert werden.

- Um dies zu ermöglichen gibt es zwei Varianten:
  - parallele Prozesse
  - parallele Threads

Prozesse VS Threads

- Parallele Prozesse:
  - Laufen in einem anderen Kontext
  - Keinen Zugriff auf Variablen von anderen Prozessen

- Parallele Threads:
  - Laufen im selben Kontext
  - Können auf Variablen von anderen Threads im selben Kontext zugreifen
  - Schnelleres Task-Switching
  - Daten können geteilt werden
  - Kann aber zu Problemen in der Synchronisation geben, wenn man Daten mit anderen Threads teilt

Parallele Programmierung

Multithreading

```java
public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        for (int i = 0; i < 5; i++){
            new Worker().start();
        }
    }
}
```

```java
public class Worker extends Thread {
    static int j = 0;
    int k = 0;

    @Override
    public void run() {
        for (int i = 0; i < 4000000; i++) {
            j++;
            k++;
        }
        System.out.println("k: " + k + " j:" + j);
    }
}
```

```
k: 4‘000‘000, j: 3‘752‘884
k: 4‘000‘000, j: 10‘806‘936
k: 4‘000‘000, j: 7‘307‘897
k: 4‘000‘000, j: 5‘322‘116
k: 4‘000‘000, j: 4‘366‘084
```

- Mit ".start()" Kann man einen Thread starten. Dieser wird dann im Hintergrund ausgeführt, das heisst es wird nicht gewartet bis die Funktion fertig ist, sondern das Programm geht direkt weiter.
- Die "run" Funktion vom Thread wird ausgeführt wenn ".start()" aufgerufen wird.

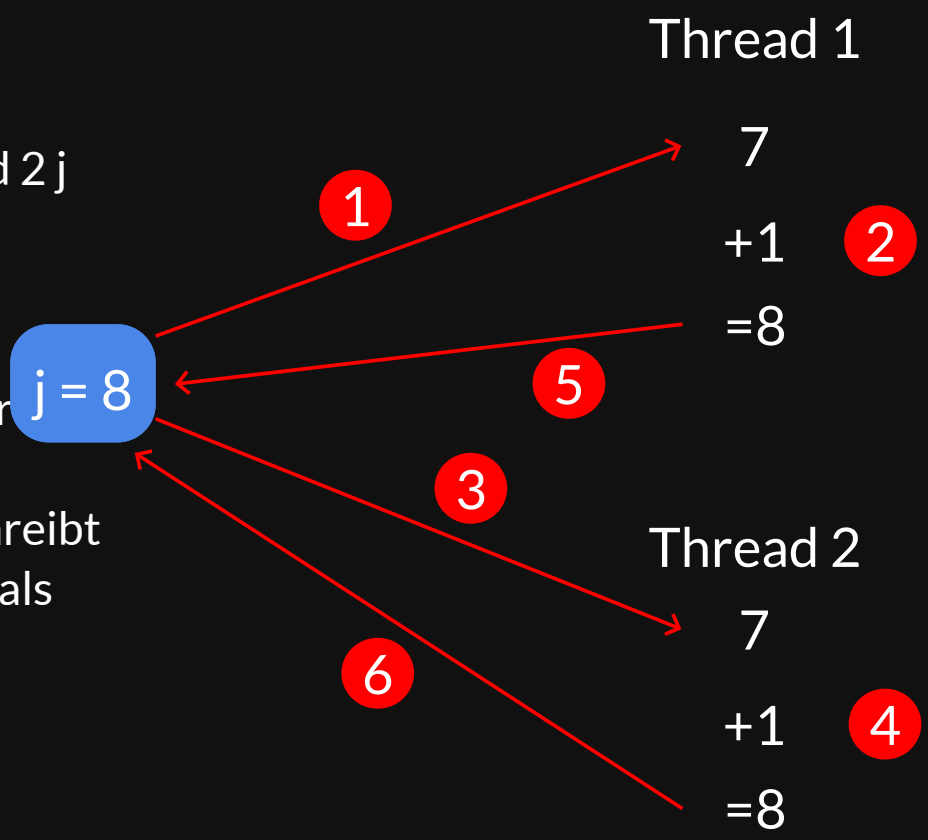
Multithreading

```
k: 4‘000‘000, j: 3‘752‘884
k: 4‘000‘000, j: 10‘806‘936
k: 4‘000‘000, j: 7‘307‘897
k: 4‘000‘000, j: 5‘322‘116
k: 4‘000‘000, j: 4‘366‘084
```

- Warum hat j nie 20'000'000 erreicht?
  - Wenn mehrere Threads gleichzeitig j++ aufrufen kann es sein, dass j nachher noch denselben Wert hat.
  - Das Problem kommt daher, dass die Threads gleichzeitig den selben alten Wert von j lesen, jeder ihn einzeln inkrementiert und dann alle ihren Wert wieder in j speichern.
  - Danach ist j nur um 1 inkrementiert worden.

Multithreading

1. Thread 1 liest j aus dem Speicher
2. Thread 1 fängt an j zu inkrementieren
3. Während Thread 1 am inkrementieren ist, lädt Thread 2 j aus dem Speicher
4. Thread 2 fängt an j zu inkrementieren
5. Thread 1 ist fertig und speichert den neuen Wert
6. Thread 2 ist fertig und überschreibt den Wert von Thread 1 nochmals mit dem selben Wert



Multithreading

```
k: 4‘000‘000, j: 3‘752‘884
k: 4‘000‘000, j: 10‘806‘936
k: 4‘000‘000, j: 7‘307‘897
k: 4‘000‘000, j: 5‘322‘116
k: 4‘000‘000, j: 4‘366‘084
```

- Warum sind die Outputs nicht aufsteigend sortiert?
  - Der Wert von j wächst stetig, er wird nicht wieder kleiner
  - Die System.out.println funktion ist jedoch nicht verlässlich, wenn sie gleichzeitig von mehreren Threads aufgerufen wird.
  - Der Output muss also nicht zwingend in der Reihenfolge sein in welcher System.out.println aufgerufen wurde.

Multithreading

```java
public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        for (int i = 0; i < 5; i++){
            new Worker().start();
        }
    }
}
```

```java
public class Worker extends Thread {
    static int j = 0;
    int k = 0;
    static Object lock = new Object();

    @Override
    public void run() {
        for (int i = 0; i < 4000000; i++) {
            synchronized(lock){
              j++;
            }
            k++;
        }
        System.out.println("k: " + k + " j:" + j);
    }
}
```

```
k: 4‘000‘000, j: 15‘786‘100
k: 4‘000‘000, j: 18‘432‘690
k: 4‘000‘000, j: 19‘408‘717
k: 4‘000‘000, j: 19‘344‘207
k: 4‘000‘000, j: 20‘000‘000
```

- Mit "synchronized" kann man gewisse Programmabschnitte synchronisieren
- Man braucht ein geteiltes Objekt (hier "lock") als Schloss
- Es kann immer nur ein Thread gleichzeitig im synchronisierten Bereich sein.

Multithreading

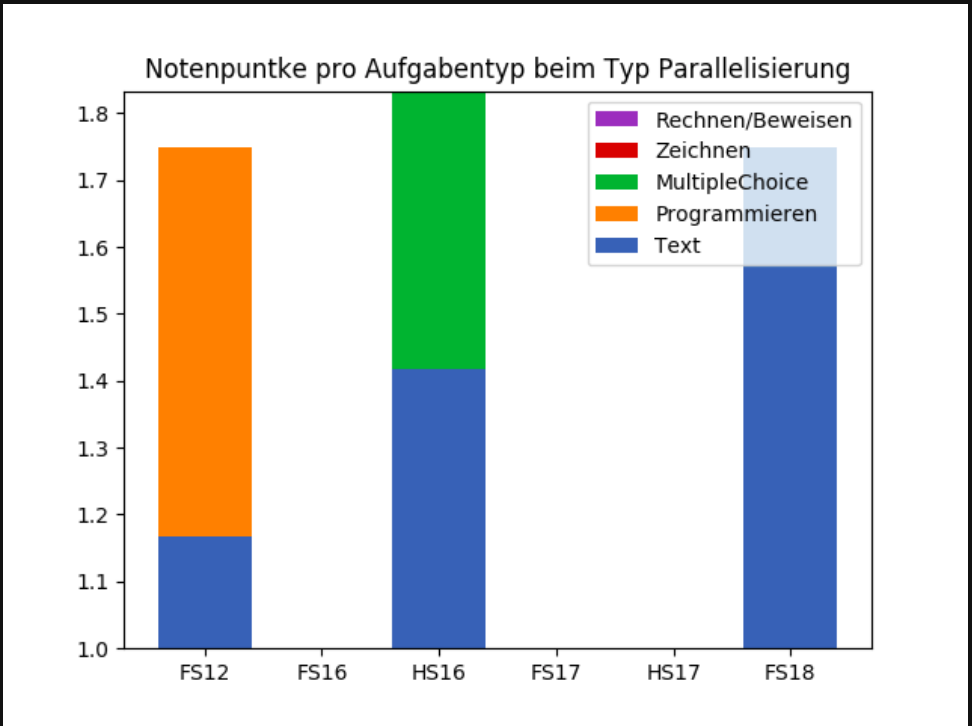
```java
public static void main(String[] args) {
    Worker workers[] = new Worker[5];
    for (int i = 0; i < 5; i++) {
        workers[i] = new Worker();
        workers[i].start();
    }
    for (int i = 0; i < 5; i++) {
        try {
            workers[i].join();
        } catch (InterruptedException e) {
            e.printStackTrace();
        }
    }
    System.out.println("Done!");
}
```

```
k: 4‘000‘000, j: 15‘786‘100
k: 4‘000‘000, j: 18‘432‘690
k: 4‘000‘000, j: 19‘344‘207
k: 4‘000‘000, j: 19‘408‘717
k: 4‘000‘000, j: 20‘000‘000
Done!
```

- Mit "join" kann man warten bis ein Thread fertig ist.
- So ist es mehrere Threads zu starten und dann zu warten bis alle fertig sind.
- Es kann immer nur ein Thread gleichzeitig im synchronisierten Bereich sein.

Prüfungsaufgabe

Parallelität



Frühling 2018, 0.75 Notenpunkte

Prüfungsaufgabe

Parallelität

Frühling 2018, 0.75 Notenpunkte

```java
public class ParIncr extends Thread {
    int i; // individuelle Variable
    static int j; // gemeinsame Var.
    static Object Sperre = new Object();

    public void run() {
        for (i = 0; i < 400000000; i++) {//400'000'000
            synchronized (Sperre) {
                j++;
            }
        }
        System.out.println("i: " + i + " j: " + j);
    }

    public static void main(String[] args) {
        ParIncr[] workers = new ParIncr[5];
        for (int k = 0; k < 5; k++) {
            workers[k] = new ParIncr();
            workers[k].start();
        }
        for (int k = 0; k < 5; k++) {
            try {
                workers[k].join();
            } catch (InterruptedException e) {
                e.printStackTrace();
            }
        }
    }
}
```

- Höchste Ausgabe für j:
  - 2'000'000'000
- Ohne Sperre:
  - i bleibt gleich, aber j würde die 2'000'000'000 nicht erreichen.
- "Sperre" mit "this ersetzen:
  - "this" ist für jeden Thread ein anderes Objekt, somit können die Threads trotz synchronized gleichzeitig auf j zugreifen.

Prüfungsaufgabe

Parallelität

Frühling 2018, 0.75 Notenpunkte

```java
public class ParIncr extends Thread {
    int i; // individuelle Variable
    static int j; // gemeinsame Var.
    static Object Sperre = new Object();

    public void run() {
        for (i = 0; i < 400000000; i++) {//400'000'000
            synchronized (Sperre) {
                j++;
            }
        }
        System.out.println("i: " + i + " j: " + j);
    }

    public static void main(String[] args) {
        ParIncr[] workers = new ParIncr[5];
        for (int k = 0; k < 5; k++) {
            workers[k] = new ParIncr();
            workers[k].start();
        }
        for (int k = 0; k < 5; k++) {
            try {
                workers[k].join();
            } catch (InterruptedException e) {
                e.printStackTrace();
            }
        }
    }
}
```

- "static" bei "Sperre" weglassen:
  - Da nun "Sperre" für jeden Thread ein anderes Objekt ist, können die Threads trotz synchronized gleichzeitig auf j zugreifen.
- Durch das Lock können die extra Prozessoren nicht parallel genutzt werden und es gibt einen Overhead beim Wechsel zwischen den einzelnen Threads.

Programmverifikation

Schleifeninvarianten

Schleifeninvarianten sind ein Weg um die Korrektheit einer Funktion zu beweisen.

```
1  static int f(int i, int j) {
2
3      assert(i >= 0 && j >= 0);
4
5      int u = i;
6      int z = 0;
7
8      // [Vor Schleife]
9      while (u > 0){
10         // [Vor Schleifenkörper]
11         z = z + j;
12         u = u - 1;
13         // [Nach Schleifenkörper]
14     }
15     // [Nach Schleife]
16
17     return z;
18 }
```

Schleife

Schleifen Körper

Definition:

1. Die Schleifeninvariante hat nach dem Schleifenkörper wieder den selben Wert, den sie vor dem Schleifenkörper gehabt hat.
2. Falls man zeigen kann, dass die Invariante vor der Schleife gilt, so gilt sie auch nach der Schleife.

Schleifeninvarianten

1. Beweise, dass dies eine korrekte Scheifeninvariante ist:

$z + u * j - i * j = 0$ und $u \geq 0$

```
1  static int f(int i, int j) {
2
3      assert(i >= 0 && j >= 0);
4
5      int u = i;
6      int z = 0;
7
8      // [Vor Schleife]
9      while (u > 0){
10         // [Vor Schleifenkörper]
11         z = z + j;
12         u = u - 1;
13         // [Nach Schleifenkörper]
14     }
15     // [Nach Schleife]
16
17     return z;
18 }
```

- Vor Schleifenkörper
  1. $z_n + u_n * j - i * j = 0$
  2. $u_n > 0$

(Schleifeninvariante)

(Sonst wären wir nicht in den while-loop gekommen)

- Nach Schleifenkörper

  $z_{n+1} = z_n + j$

  $u_{n+1} = u_n - 1$

  1. $z_{n+1} + u_{n+1} * j - i * j$
     $= z_n + j + (u_n - 1) * j - i * j = z_n + u_n * j - i * j = 0$
     $\Rightarrow z_{n+1} + u_{n+1} * j - i * j = 0$
  2. $u_{n+1} = u_n - 1 > -1$
     $\Rightarrow u_{n+1} \geq 0$

$\Rightarrow$ Schleifeninvariante gilt auch nach Schleifenkörper

Schleifeninvarianten

2. Zeige, dass die Schleifeninvariante vor der Schleife gilt

$z + u * j - i * j = 0$ und $u \geq 0$

1. 2.

```
1  static int f(int i, int j) {
2
3      assert(i >= 0 && j >= 0);
4
5      int u = i;
6      int z = 0;
7
8      // [Vor Schleife]
9      while (u > 0){
10         // [Vor Schleifenkörper]
11         z = z + j;
12         u = u - 1;
13         // [Nach Schleifenkörper]
14     }
15     // [Nach Schleife]
16
17     return z;
18 }
```

1. $z + u * j - i * j = 0$

   $0 + i * j - i * j = 0$

   $0 = 0$ ✓

2. u >= 0

   i >= 0 ✓

Schleifeninvarianten

3. Daraus folgt, dass sie auch nach der Schleife gilt.

$z + u * j - i * j = 0 \text{ und } u \geq 0$

```
1  static int f(int i, int j) {
2
3      assert(i >= 0 && j >= 0);
4
5      int u = i;
6      int z = 0;
7
8      // [Vor Schleife]
9      while (u > 0){
10         // [Vor Schleifenkörper]
11         z = z + j;
12         u = u - 1;
13         // [Nach Schleifenkörper]
14     }
15     // [Nach Schleife]
16
17     return z;
18 }
```

1. $z + u * j - i * j = 0$ (Schleifeninvariante)
   $u \geq 0$
2. $u \leq 0$ (Sonst wären wir nicht aus dem while-loop gekommen)

Daraus folgt:

1. $0 \leq u \leq 0 \Rightarrow u = 0$
2. $z + 0 * j - i * j = 0$
   $\Rightarrow \boldsymbol{z = i * j}$

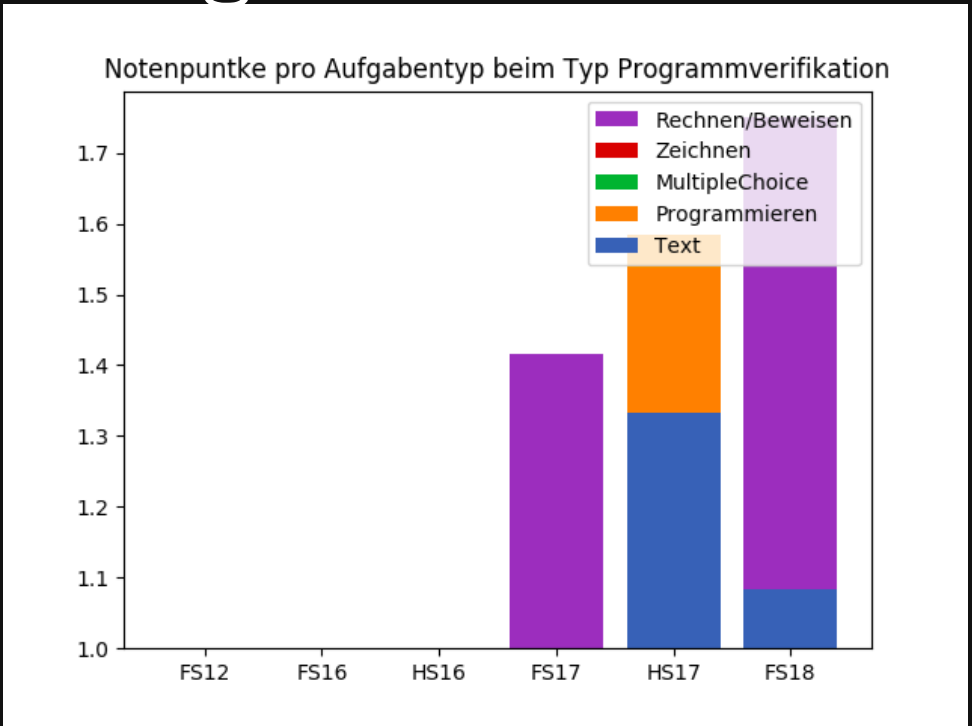
Schleifeninvarianten

Wie findet man eine Schleifeninvariante?

- Es gibt keinen Weg eine Schleifeninvariante zu finden, welche den gewünschten Beweis ermöglicht.
- Es ist nur möglich zu prüfen ob eine Gegebene Invariante funktioniert.
- Probiert eine Invariante aus, schaut ob der Beweis funktioniert.
- Es mir hilft zu schauen, was ich nach der Schleife zeigen will und was vor der Schleife gilt.

Prüfungsaufgabe

Programmverifikation



Herbst 2017, 0.58 Notenpunkte

Prüfungsaufgabe

Programmverifikation

Herbst 2017, 0.58 Notenpunkte

```java
public static int mult(int i, int j) {
    int a = i;
    int b = j;
    int z = 0;
    while(b > 0) {
        if(b%2 != 0) {
            z = z + a;
            b = b - 1;
        }
        b = b / 2;
        a = 2 * a;
    }
    return z;
}
```

```java
public static int power(int i, int j) {
    int a = i;
    int b = j;
    int z = 1;
    while(b > 0) {
        if(b%2 != 0) {
            z = z * a;
            b = b - 1;
        }
        b = b / 2;
        a = a * a;
    }
    return z;
}
```

Prüfungsaufgabe

Programmverifikation

Herbst 2017, 0.58 Notenpunkte

- Theorietisch wäre hier jede Schleifeninvariante akzeptiert, also auch "z = z"
- Es muss einfach folgendes gelten:
  Falls die Invariante vor dem Schleifenkörper gilt, so muss sie auch nach dem Schleifenkörper gelten
- Eine Invariante, mit welcher der Beweis nachher funktioniert wäre
  $z \cdot a^b = i^j$

Prüfungsaufgabe

Programmverifikation

Herbst 2017, 0.58 Notenpunkte

Schleifeninvariante $z \cdot a^b = i^j$

- Fall 1: $b\%2 = 0$
  - $z_{n+1} = z_n$
  - $a_{n+1} = a_n^2$
  - $b_{n+1} = \frac{b_n}{2}$
  - $z_{n+1} \cdot a_{n+1}^{b_{n+1}} = z_n \cdot a_n^{(2 \cdot \frac{b_n}{2})}$
    $= z_n \cdot a_n^{b_n} = i^j$

```
1  public static int power(int i, int j) {
2      int a = i;
3      int b = j;
4      int z = 1;
5      while(b > 0) {
6          if(b%2 != 0) {
7              z = z * a;
8              b = b - 1;
9          }
10         b = b / 2;
11         a = a * a;
12     }
13     return z;
14 }
```

Prüfungsaufgabe

Programmverifikation

Herbst 2017, 0.58 Notenpunkte

Schleifeninvariante $z \cdot a^b = i^j$

- Fall 2: $b\%2 \neq 0$
  - $z_{n+1} = z_n * a_n$
  - $a_{n+1} = a_n^2$
  - $b_{n+1} = \frac{b_n - 1}{2}$
  - $z_{n+1} \cdot a_{n+1}^{b_{n+1}} = z_n \cdot a_n \cdot a_n^{(2 \cdot \frac{(b_n-1)}{2})}$
    $= z_n \cdot a_n^{b_n} = i^j$

```java
public static int power(int i, int j) {
    int a = i;
    int b = j;
    int z = 1;
    while(b > 0) {
        if(b%2 != 0) {
            z = z * a;
            b = b - 1;
        }
        b = b / 2;
        a = a * a;
    }
    return z;
}
```

$\Rightarrow$ somit haben wir in beiden Fällen gezeigt, dass falls die Schleifeninvariante vor dem Schleifenkörper gilt, sie auch nach dem Schleifenkörper gelten muss.

Prüfungsaufgabe

Programmverifikation

Herbst 2017, 0.58 Notenpunkte

- Jetzt müssen wir zeigen, dass die Invariante vor der Schleife gilt:
  - $a = i$
  - $b = j$
  - $z = 1$
- $z \cdot a^b = i^j$
  - $1 \cdot i^j = i^j$
- Somit gilt sie auch nach der Schleife

```
1  public static int power(int i, int j) {
2      int a = i;
3      int b = j;
4      int z = 1;
5      while(b > 0) {
6          if(b%2 != 0) {
7              z = z * a;
8              b = b - 1;
9          }
10         b = b / 2;
11         a = a * a;
12     }
13     return z;
14 }
```

Prüfungsaufgabe

Programmverifikation

Herbst 2017, 0.58 Notenpunkte

- Nach der Schleife gilt also die Schleifeninvariante immernoch: $z \cdot a^b = i^j$
- Zusätzlich wissen, wir dass die Schleife abgebrochen hat, daher wissen wir, dass $b = 0$
- Zusammen ergibt sich $z \cdot a^0 = z = i^j$

```
1  public static int power(int i, int j) {
2      int a = i;
3      int b = j;
4      int z = 1;
5      while(b > 0) {
6          if(b%2 != 0) {
7              z = z * a;
8              b = b - 1;
9          }
10         b = b / 2;
11         a = a * a;
12     }
13     return z;
14 }
```

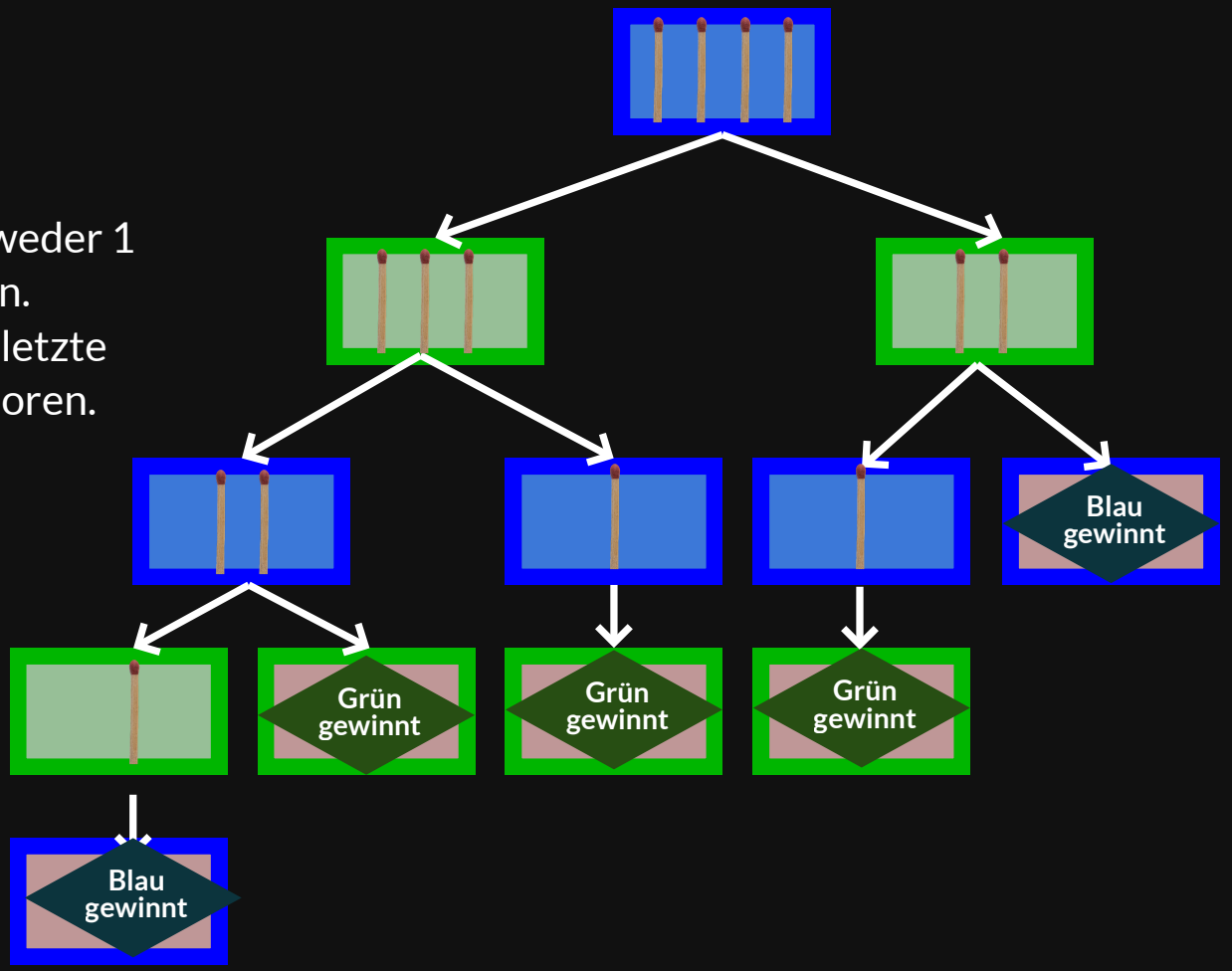
Spieltheorie

Spieltheorie

Spielbäume

Spielregeln:

- Die Spieler können abwechslungsweise entweder 1 oder 2 Zündhölzer ziehen.
- Der Spieler, welcher das letzte Zündholz nimmt hat verloren.

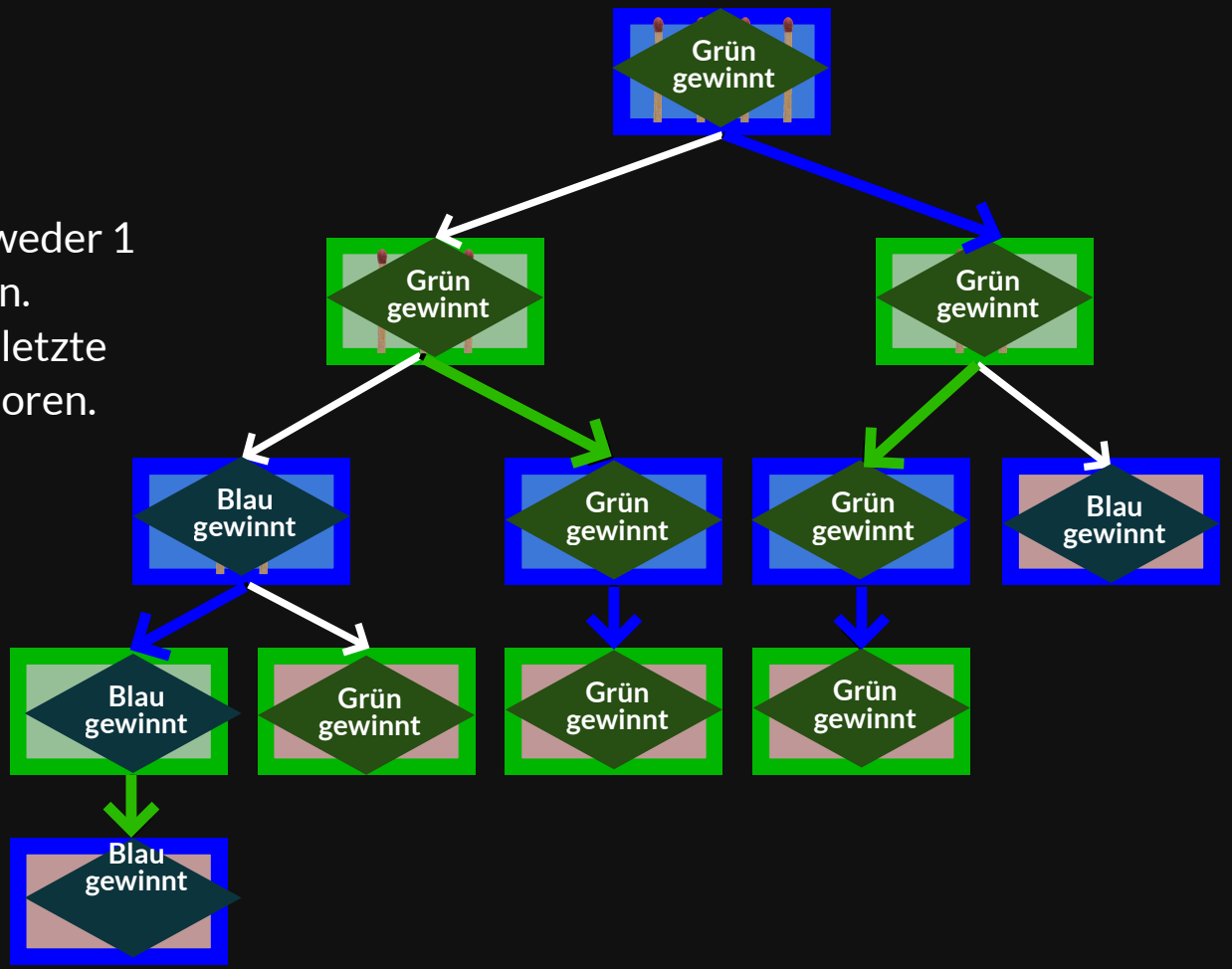


Spielbäume

Spielregeln:

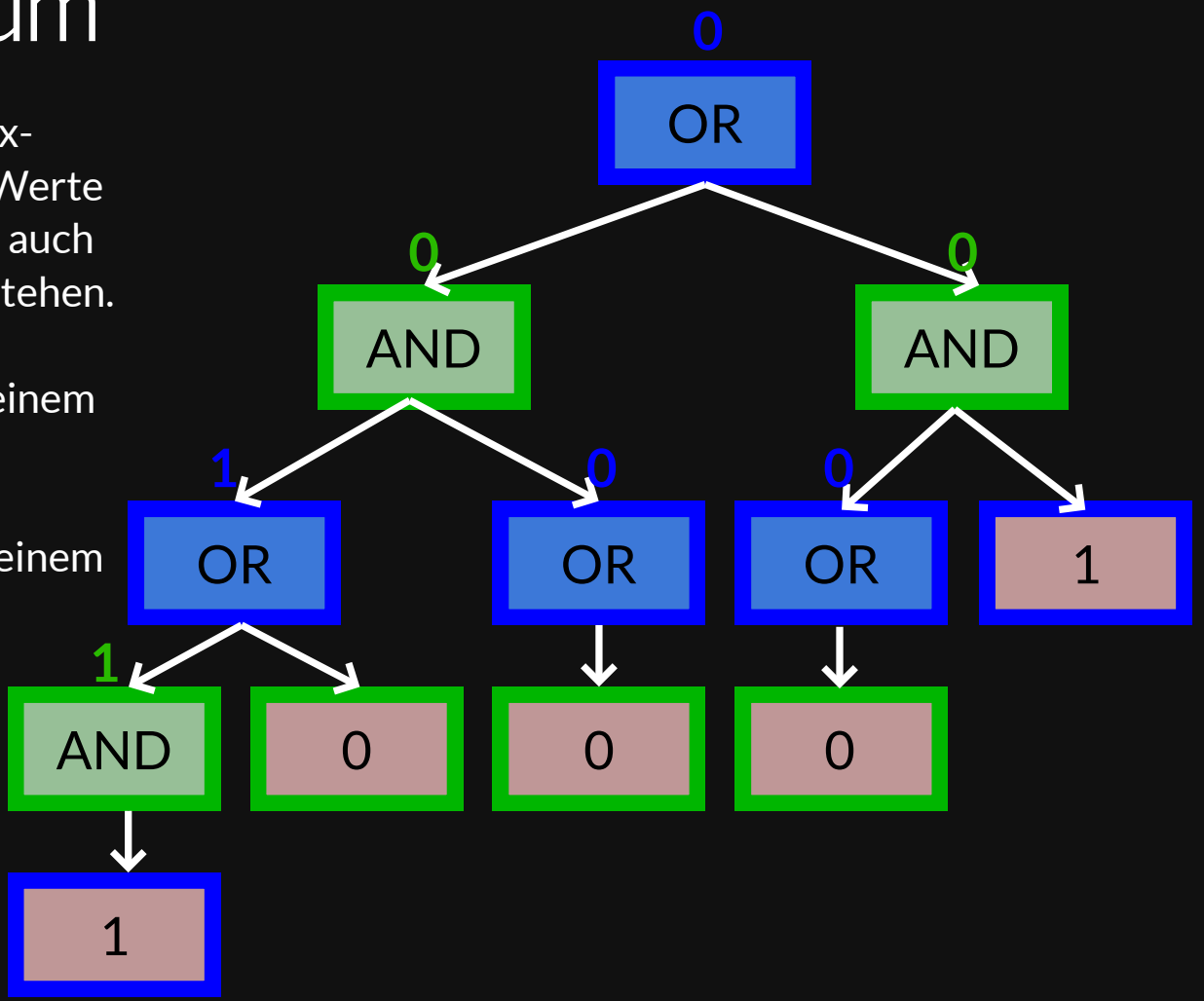
- Die Spieler können abwechslungsweise entweder 1 oder 2 Zündhölzer ziehen.
- Der Spieler, welcher das letzte Zündholz nimmt hat verloren.

⇒ Grün gewinnt!



Und-Oder Baum

- Wenn man beim Minimax-Algorithmus nur binäre Werte hat, kann man den Baum auch als Und-Oder Baum verstehen.
- Min-Knoten werden zu einem logischen AND
- Max-Knoten werden zu einem logischen OR

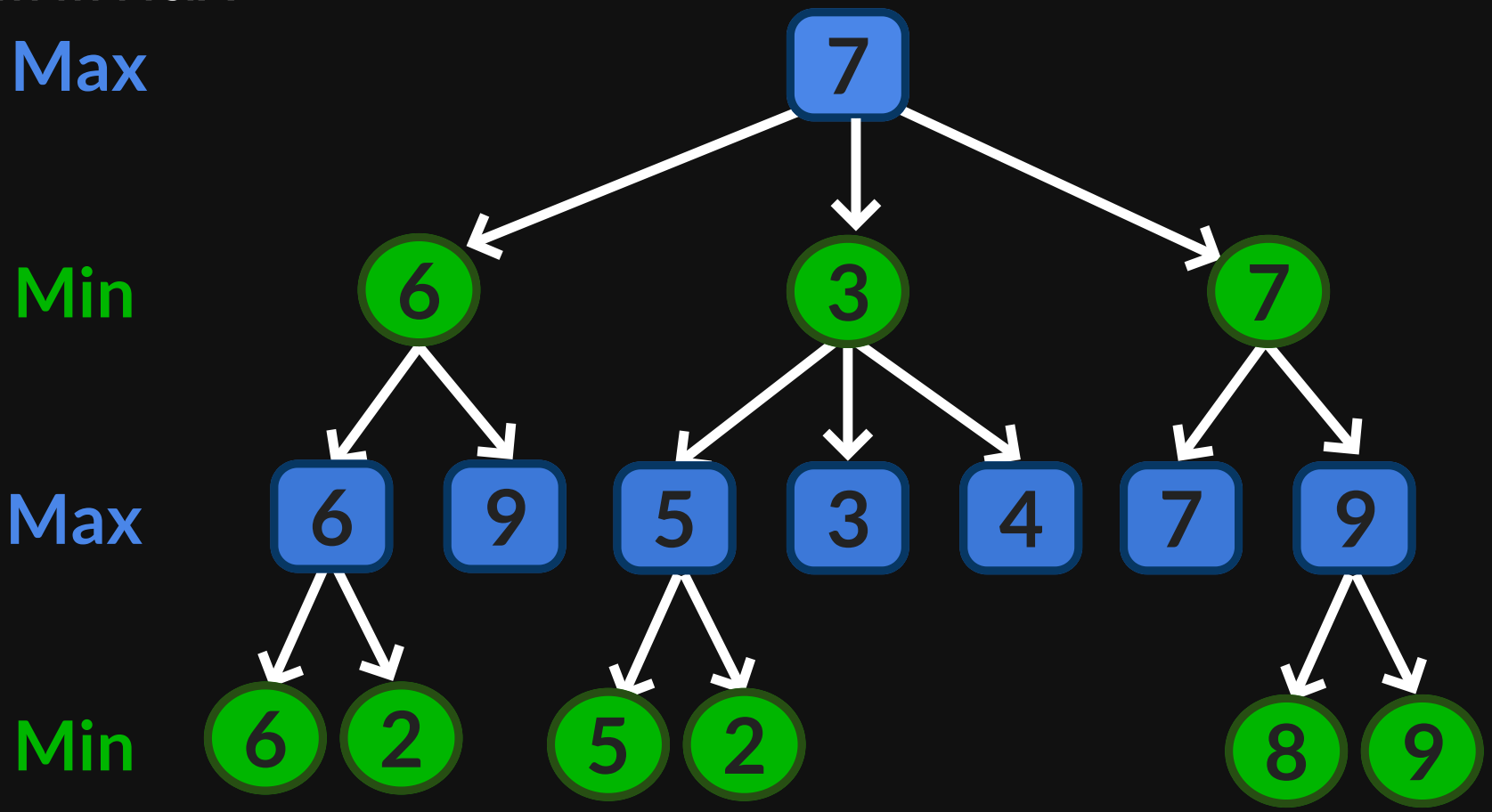


$\Rightarrow$ Blau verliert!

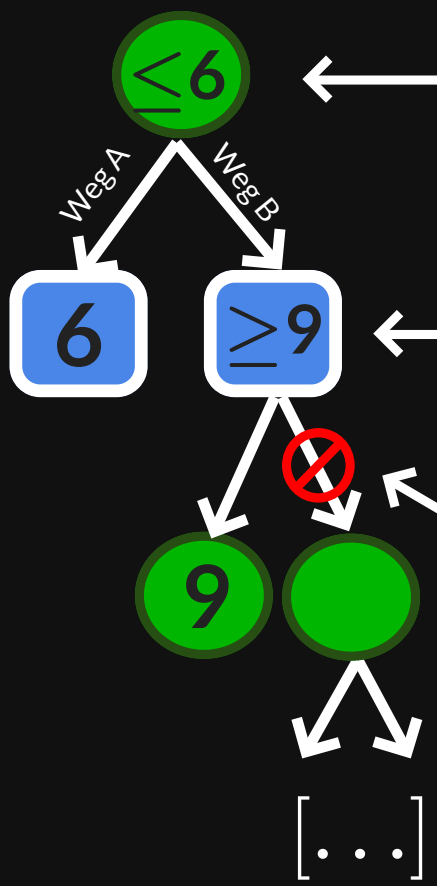
Minimax

- Der Minimax Algorithmus führt dieselben Überlegungen wie im Zündholz-Beispiel aus.
- Wir haben zwei Spieler, der Min-Spieler möchte den Wert der Wurzel minimieren und der Max-Spieler möchte ihn Maximieren.
- Ein Min-Knoten nimmt daher das Minimum der Werte von seinen Kindern als sein eigener Wert.
- Umgekehrt nimmt der Max-Knoten das Maximum der Werte von seinen Kindern als sein eigener Wert.

Minimax



Alpha Beta



Da Min den Wert aller Kinder minimiert, muss dieser Knoten ≤ 6 sein

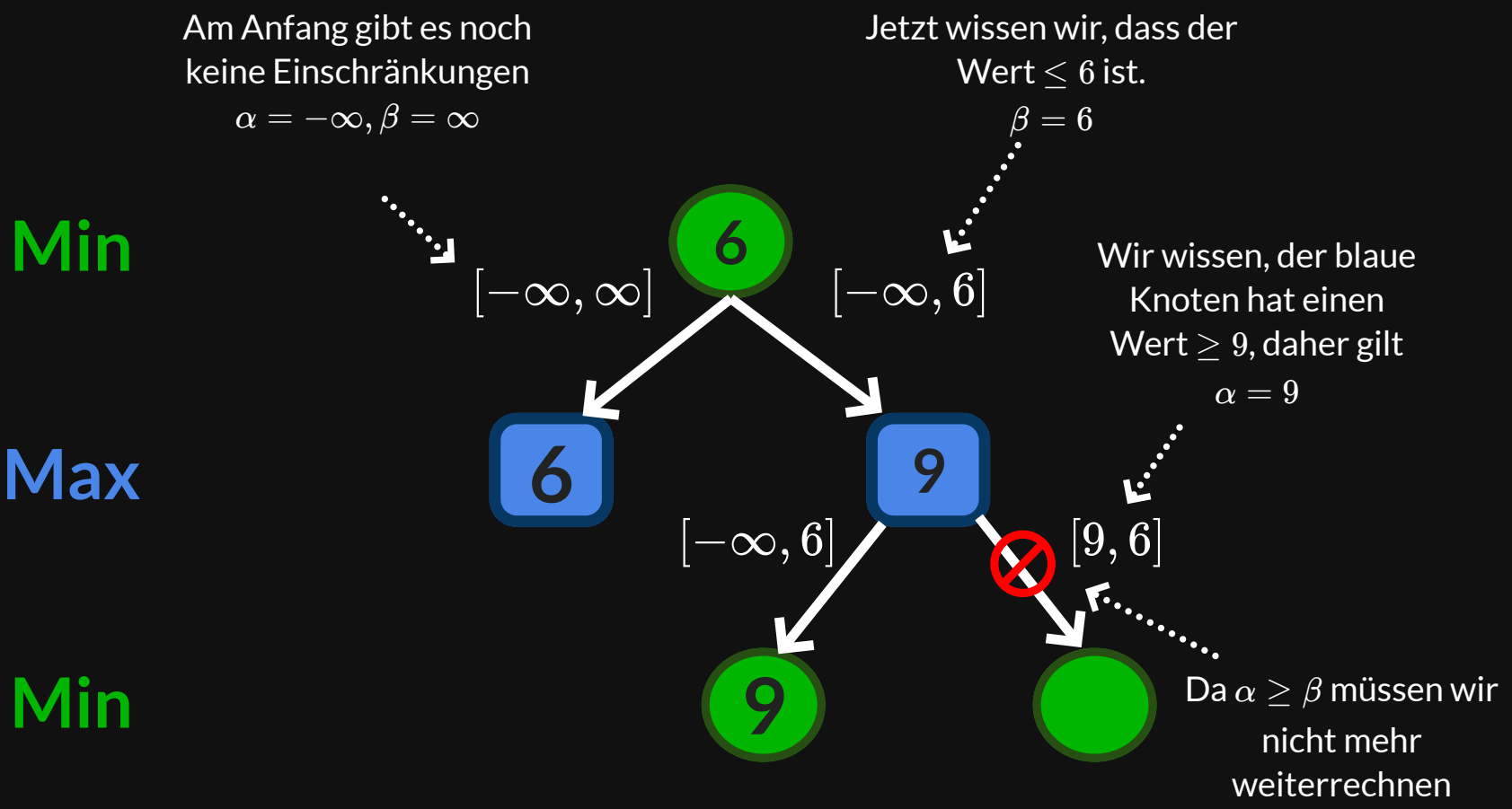
Da Max den Wert aller Kinder maximiert, muss dieser Knoten ≥ 9 sein

Da Min sowieso den Weg A wählen wird, müssen wir den Wert der restlichen Knoten nicht mehr auswerten

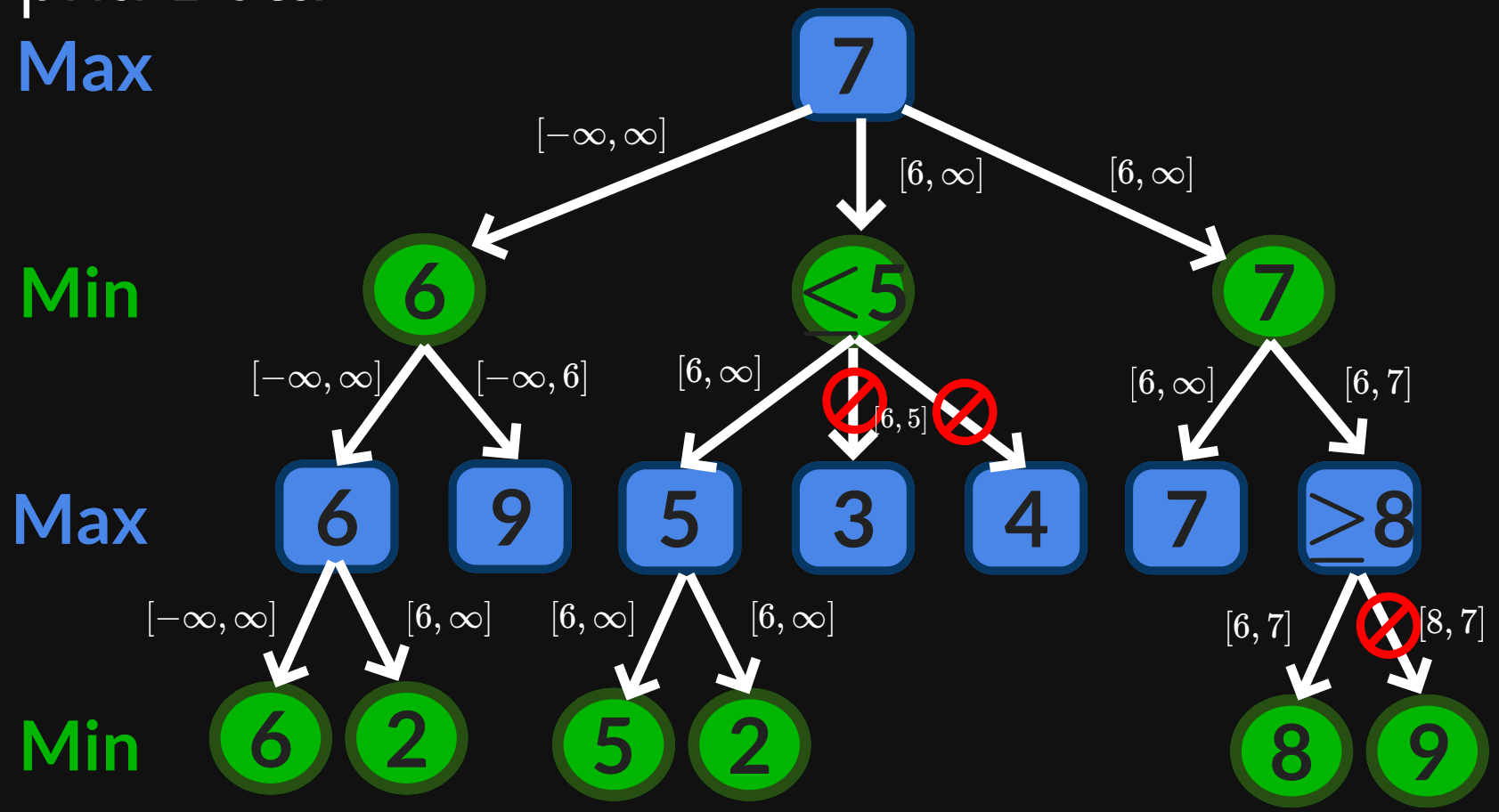
Alpha Beta

- Jeder Knoten hat zwei Einschränkungen:
  - α: Mindestwert, wecher Max sicher erreichen kann
  - β: Maximalwert, welcher Min höchstens einstecken muss
- Das Intervall $[\alpha, \beta]$ beinhaltet alle möglichen Werten für einen Knoten, mit welchen dieser für die Auswertung relevant wäre
- Falls $\alpha \geq \beta \Rightarrow$ Cut
  - Wenn der α Wert den β Wert überschreitet muss man den Knoten nicht mehr weiter auswerten, da dieser Weg sowieso nicht gewählt werden wird.
- Wir notieren die Werte mit $[\alpha, \beta]$ bei den Kanten, welche vom Knoten wegführen.
- Schnitte nach dem Min-Knoten nennt man α-Schnitte,
  Schnitte nach dem Max-Knoten nennt man β-Schnitte.

Alpha Beta


Am Anfang gibt es noch keine Einschränkungen
$\alpha = -\infty, \beta = \infty$
Jetzt wissen wir, dass der Wert ≤ 6 ist.
$\beta = 6$
Min
Max
Min
$[-\infty, \infty]$
$[-\infty, 6]$
6
6
9
9
$[-\infty, 6]$
$[9, 6]$
Wir wissen, der blaue Knoten hat einen Wert ≥ 9, daher gilt $\alpha = 9$
Da $\alpha \geq \beta$ müssen wir nicht mehr weiterrechnen

Alpha Beta


Max
Min
Max
Min
7
6
⩽5
7
6
9
5
3
4
7
⩾8
6
2
5
2
8
9
$[-\infty, \infty]$
$[6, \infty]$
$[6, \infty]$
$[-\infty, \infty]$
$[-\infty, 6]$
$[6, \infty]$
$[6, 5]$
$[6, \infty]$
$[6, 7]$
$[-\infty, \infty]$
$[6, \infty]$
$[6, \infty]$
$[6, \infty]$
$[6, 7]$
$[8, 7]$

Übungstool

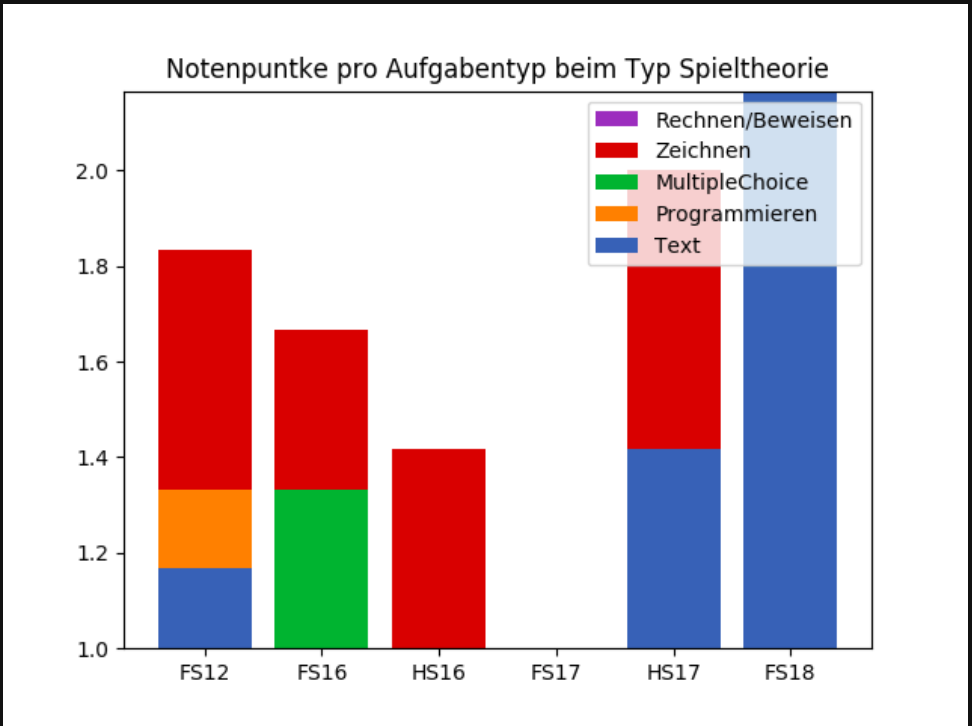
- Es gibt ein cooles Alpha-Beta Übungstool, es ist nicht von mir aber ich hoste es auf meiner Webseite: https://pascscha.ch/info2/abTreePractice/

- Dort könnt ihr beliebig viele Alpha-Beta Beispiele lösen haben, oder selber lösen und korrigieren lassen.

- Aufpassen: Bei diesem Beispiel werden die Alpha-Beta Schranken neben den Knoten gezeigt und laufend aktualisiert. Wir haben bei uns die Konvention die Schranken unter dem Knoten bei den ausgehenden Kanten zu schreiben.

Prüfungsaufgabe

Bäume

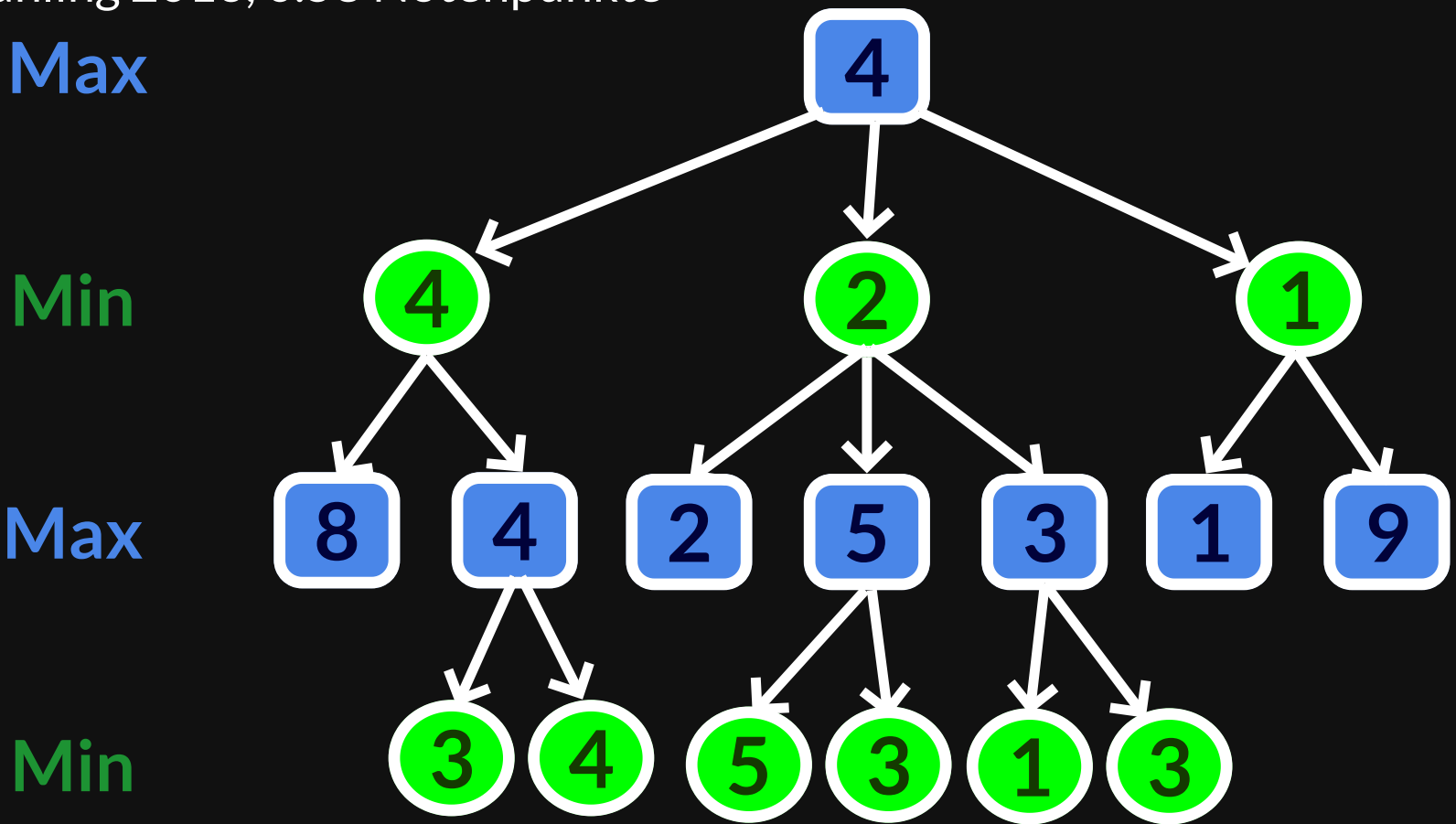


Frühling 2016, 0.58 Notenpunkte

Prüfungsaufgabe

Bäume

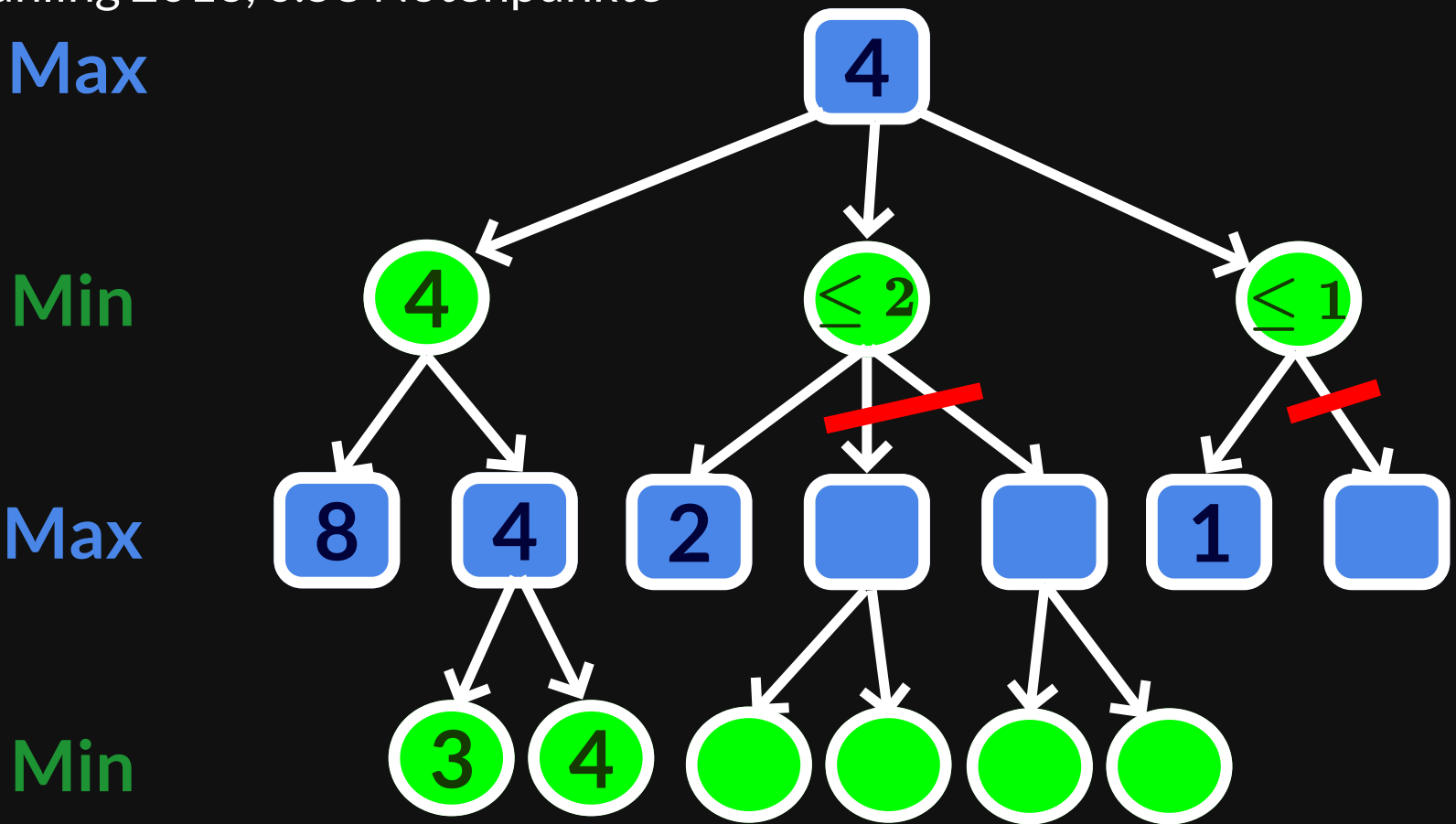
Frühling 2016, 0.58 Notenpunkte



Prüfungsaufgabe

Bäume

Frühling 2016, 0.58 Notenpunkte



Prüfungsaufgabe

Bäume

Frühling 2016, 0.58 Notenpunkte

- Der Alpha-Beta-Algorithmus und der Minimax-Algorithmus liefern immer den selben Gewinnwert der Wurzel.
  - **wahr** - Alpha-Beta schneidet nur Äste ab, welche für den Wert der Wurzel irrelevant sind.

- Der Parameter α des Alpha-Beta-Algorithmus ist eine obere Schranke für den Gewinnwert des MAX-Spielers.
  - **falsch** - Es ist eine untere Schranke

Prüfungsaufgabe

Bäume

Frühling 2016, 0.58 Notenpunkte

- Der Parameter β des Alpha-Beta-Algorithmus kann zum Wegfall von tiefer liegenden Zügen des MAX-Spielers führen.
  - **wahr** - Unter einem cut können immer sowohl MIN als auch MAX Knoten sein.

- Die Evaluationsreihenfolge kann einen wesentlichen Einfluss auf die Geschwindigkeit des Alpha-Beta-Algorithmus haben.
  - **wahr** - Wenn die besten Knoten am Anfang ausgewertet werden hat man früher ein engeres Alpha-Beta Intervall und kann somit mehr Schnitte machen.

Simulationstechnik

Motivation

- Mit Hilfe der Simulationstechnik können Modelle von komplexen Prozessen simuliert werden.
- Dies erlaubt uns und vorhersagen über die Entwicklung des Prozesses in der realen Welt zu machen.
- Es gibt immer einen Zustand, welcher nach den Regelnd von unserem Modell verändert wird.
- Wir kennen zwei Methoden wann wir diese Regeln auf unser Modell anwenden:
  - Zeitgesteuerte Simuation
  - Ereignisgesteuerte Simulation

Zeitgesteuerte Simulation

- Der Zustand wird regelmässig immer jeden Zeitschritt Δt aktualisert.
- Mit Δt kann man die "Auflösung" der Simulation bestimmen. Kleiner Δt führen zu genaueren Werten aber auch zu mehr Rechenaufwand.
- Ein Beispiel dafür wäre zum Beispiel die Simulation von einem schiefen Wurf

Zeitgesteuerte Simulation

```java
class Ball{
        double posX, posY, velX, velY;
        final static double g = 9;

        public Ball(double posX, double posY, double velX, double velY) {
                this.posX = posX;
                this.posY = posY;
                this.velX = velX;
                this.velY = velY;
        }

        public void update(double dt) {
                velY -= g * dt;
                posX += velX * dt;
                posY += velY * dt;
        }
}
```

Zustand

Aktualisierung um Δt

```java
Ball ball = new Ball(0,0,10,20);
double dt = 1;
for(int i = 0; i < 5; i++) {
    System.out.println("x:"+ball.posX+" y:"+ball.posY);
    ball.update(dt);
}
```

```
x:0.0 y:0.0
x:10.0 y:11.0
x:20.0 y:13.0
x:30.0 y:6.0
x:40.0 y:-10.0
```

Ereignisgesteuerte Simulation

- Der Zustand bleibt abschnittweise konstant und wird immer nur nach gewissen Ereignissen aktualisiert.
- Die Zeit steigt dabei nicht konstant an sondern wächst sprunghaft.
- Ein Beispiel dafür wäre zum Beispiel ein Promillerechner.

Ereignisgesteuerte Simulation

```java
class Promille {
        private double promille;
        private long last_update;
        final static double process_speed = 2. / 100000000;
        final static double absorb_speed = 100. / 7;

        public Promille() {
                promille = 0;
                last_update = System.currentTimeMillis();
        }

        public double getPromille() {
                long now = System.currentTimeMillis();
                double processed = (now - last_update) * process_speed;
                promille = Math.max(0, promille - processed);
                last_update = now;
                return promille;
        }

        public void addDrink(double amount, double strength) {
                promille = getPromille() + amount * strength * absorb_speed;
        }
}
```

Zustand

Zustand zu beliebiger Zeit aktualisieren

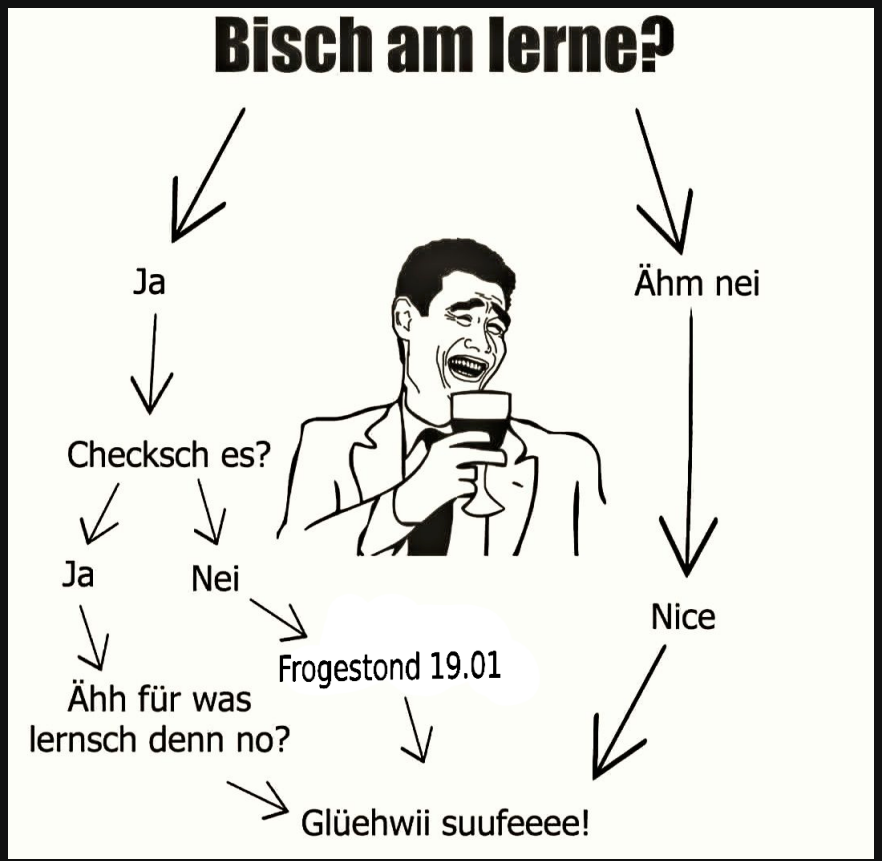
```java
Promille p = new Promille();
p.addDrink(0.5, 0.05); // drink a beer
System.out.println(p.getPromille());

p.addDrink(0.75, 0.4); // drink a bottle of rum
System.out.println(p.getPromille());
```

```
0.3571428571428572
4.642857042857144
```

That's it!

- Am **19. Januar**, **9:00 – 12:00** findet eine Zoom-Fragestunde statt.
- Der PVK wurde aufgenommen und wird euch zur Verfügung gestellt.
- Viel Erfolg, Spass und Ausdauer in der Lernphase und ich wünsche euch allen eine super Prüfung!

Viel Spass!


Bisch am lerne?
Ja
Ähm nei
Checksch es?
Ja
Nei
Nice
Frogestond 19.01
Ähh für was
lernsch denn no?
Glüehwii suufeeee!